

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Вятский государственный университет»

В. С. Хорошавин

**СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ
УПРАВЛЯЮЩИХ УСТРОЙСТВ
ОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ**

Киров
2020

УДК 681.513.5: 621.3
Х82

*Печатается по рекомендации Научного совета
Вятского государственного университета*

Рецензенты:

А. А. Красных, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой электротехники и электроники ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет»;
В. И. Пономарев, доктор технических наук, профессор, директор АО НПП «Знак»

Хорошавин, В. С.

Х82 Структурный синтез управляющих устройств оптимальных систем : [монография] / В. С. Хорошавин. – Киров : Вятский государственный университет, 2020. – 132 с. – ISBN 978-5-98228-233-0

Изложены формализованные способы синтеза структуры управляющих устройств оптимальных замкнутых систем, основанные на систематическом применении и развитии, во-первых, логико-комбинаторного подхода, предложенного проф. Г. И. Анкудиновым в описании и выборе структур кибернетических систем, во-вторых, методов многокритериальной оптимизации для выбора наилучшего варианта структуры по сложности реализации и эффективности управления.

Предназначена для студентов и специалистов, занимающихся изучением и исследованием проблем управления в технических системах.

УДК 681.513.5: 621.3

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ОПИСАНИЕ ВАРИАНТОВ СТРУКТУРЫ.....	8
1.1. Подходы к описанию вариантов структуры.....	8
1.1.1. Обзор методов учета множества вариантов структуры.....	8
1.1.2. Сущность логико-комбинаторного подхода (ЛКП).....	11
1.2. Методика описания и генерирования вариантов структуры.....	18
1.2.1. Этапы разработки методики.....	18
1.2.2. Задание закона функционирования.....	20
1.2.3. Дополнения к ЛКП для устройств с переменной структурой.....	23
1.2.4. Исследование представлений вариантов структуры.....	28
1.2.5. Построение укрупненной структуры устройства.....	46
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1.....	53
2. ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУР УСТРОЙСТВ.....	54
2.1. Критерии оптимальности вариантов структур.....	54
2.1.1. Постановка задачи.....	54
2.1.2. Оценки сложности реализации.....	55
2.1.3. Универсальные варианты структуры.....	57
2.1.4. Оценки эффективности управления.....	58
2.2. Оптимизация структур по сложности.....	60
2.2.1. Однокритериальная оптимизация по сложности.....	60
2.2.2. Двухкритериальная оптимизация по критериям сложности.....	67
2.3. Оптимизация структур по сложности и эффективности.....	71
2.3.1. Равноценные критерии сложности и эффективности.....	71
2.3.2. Неравноценные критерии сложности и эффективности.....	74
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2.....	79
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	82
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	84
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. АНАЛИЗ УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ.....	90
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. АДАПТИВНОЕ ИТЕРАЦИОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ.....	105
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. ОПТИМАЛЬНОЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ И ТОЧНОСТИ УПРАВЛЕНИЕ ПРОГРАММНЫМ ДВИЖЕНИЕМ.....	116

ВВЕДЕНИЕ

Сложная задача структурного синтеза управляющего устройства, заключающаяся в представлении вариантов структуры и выборе наилучшего варианта, в большинстве случаев решается интуитивным путем [14, 30]. На отсутствие достаточно общих методов синтеза структуры проектируемых устройств указывают многие авторы [9, 13, 25]. Применение формализованных способов представления структуры – морфологического [20, 25] и альтернативно-графового [17, 25, 26, 30] – не позволяет провести оптимизацию вариантов структуры. От этого недостатка свободен предложенный проф. Г. И. Анкудиновым логико-комбинаторный [2–4] способ синтеза структуры, однако он требует доработки для применения к устройствам с переменной структурой, к которым относятся управляющие устройства оптимальных систем [13, 14, 22]. Для представления множества альтернативных вариантов структуры необходимо разработать форму задания закона функционирования оптимальной системы, принципы и процедуры формирования исходного набора компонентов структуры и правила их комбинирования, а также разработать методику исходного представления в виде И-ИЛИ-графа и рабочего представления в виде характеристической булевой функции.

При выборе наилучшего варианта структуры требуют решения проблемы определения оценок как отдельных элементов структуры [4, 14], так и структуры в целом по локальным критериям сложности реализации [4, 31], как количества разнообразий элементов структуры и связанных с этим затрат, так и эффективности управления [15, 18, 23], вырабатываемого вариантом структуры. Для универсальных вариантов структуры, учитывающих общие свойства управления для различных объектов, критериев оптимальности и произвольных граничных условий, необходимо подобрать и классифицировать формализованные процедуры векторной оптимизации [1, 5, 11] для совокупности критериев.

Целью работы является систематизация и разработка прикладных, конструктивных в инженерной практике методов исследования и построения структур управляющих устройств оптимальных систем управления нелинейными динамическими объектами.

Для достижения поставленной цели работы решаются следующие задачи:

1. Систематизация и разработка формализованных способов анализа и синтеза вариантов структур управляющих устройств опти-

мальных систем, определяющих принципы и процедуры формирования исходного набора компонентов структуры, правила их комбинирования, представления и генерирования вариантов структуры, и выбора наилучшего варианта структуры при различном задании критериев сложности реализации и эффективности управления.

2. Применение разработанных способов, алгоритмов и структур для исследования и построения систем оптимального и экстремального управления реальными объектами.

При теоретических исследованиях используются методы теории автоматического управления, теория оптимальных процессов, теория графов, законы формальной логики, аппарат булевых функций, теория выбора и принятия решения, теория конечных автоматов.

Научную новизну монографии характеризуют:

1. Методика описания вариантов структур управляющих устройств нелинейных оптимальных систем, отличающаяся применением логико-комбинаторного подхода к структурно-параметрическому синтезу систем с переменной структурой на основе закона функционирования системы, заданного топологией траекторий и управляющими воздействиями в подпространствах топологии, позволяющая формализовать процедуру формирования компонент структуры с учетом коммутирующих и согласующих элементов, расширить множество вариантов структуры комбинированием отдельных управлений, систематизировать варианты структуры по вырабатываемым управлениям путем построения предварительного мультиграфа, представить варианты структуры в графической форме в виде И-ИЛИ-графа, описать их характеристической булевой функцией и построить укрупненную структурную схему устройства.

2. Комплексный инженерный подход к многокритериальной оптимизации вариантов структур нелинейных оптимальных систем, отличающийся заданием критериев сложности реализации и эффективности управления, позволяющий получить параметрические модели вариантов структуры, построить общий алгоритм поиска оптимальной структуры при различном задании равноценных и неравноценных критериев, определить весовые коэффициенты при неравноценных критериях через относительные отклонения и соотношения критериев, получить универсальные приемы построения и обработки матриц экспертных оценок.

Практические результаты работы связаны с применением разработанных способов исследования, алгоритмов управления и структур управляющих устройств для построения систем оптимального и экс-

тремального управления техническими объектами. Разработанную методику можно считать инженерной, так как она позволяет наглядно представить варианты структур управляющих устройств в графической форме или аналитически в виде булевой функции и выбрать наилучший вариант структуры по критериям, учитывающим практические требования к системе по сложности и эффективности.

Конкретно практическая ценность работы заключается в разработке и исследовании реализаций оптимальных и экстремальных систем для нелинейных динамических объектов, а именно разработаны:

1. Универсальные структурные схемы управляющих устройств нелинейных оптимальных систем с элементарными управляющими воздействиями, их комбинациями, учитывающими новые, неизвестные из прототипов варианты структуры с новыми управляющими последовательностями.

2. Приемы и алгоритмы выбора оптимального варианта структуры системы по критериям, учитывающим практические требования и характеристики при проектировании и реализации реальных систем на основе разработанных методов или на основе экспертных оценок.

В первой главе монографии показано применение логико-комбинаторного подхода (ЛКП) [3, 4] к построению альтернативных вариантов структуры управляющих устройств (УУ) замкнутых оптимальных систем на основе закона функционирования оптимальной системы, заданного топологической картиной оптимальных траекторий и управляющими воздействиями в подпространствах топологической картины. В развитие ЛКП разработаны принципы и процедуры формирования исходного набора компонент структуры и правила их комбинирования и создана методика представления структур оптимальных систем, которая может быть распространена на более широкий класс УУ систем с переменной структурой, позволяющая формализовать построения вариантов структуры в форме максимально-избыточной структуры (МИС) в виде И-ИЛИ-графа, представить их характеристической булевой функцией (ХБФ) с явной записью в сокращенной дизъюнктивной нормальной форме (сокр. д. н. ф.) или с неявной записью в особенной скобочной нормальной форме (о. ск. н. ф.) правильные, неизбыточные варианты структуры, в том числе новые, неизвестные из прототипов, и построить укрупненную структурную схему УУ.

Вторая глава монографии посвящена разработке формализованных процедур оптимизации вариантов структур УУ оптимальных

систем для нелинейных объектов по векторным критериям, учитывающим сложность реализации и эффективность управления. Показано определение абсолютных и нормализованных оценок критериев как отдельных элементов, так и структуры в целом. Выявлены универсальные варианты структуры, учитывающие общие свойства оптимального управления и удовлетворяющие произвольным граничным условиям на основе понятия множества эффективных по Парето решений и выполнения условий общности положения для нелинейных объектов. Подобраны, систематизированы и модифицированы способы векторной оптимизации при различном задании критериев оптимальности.

В приложениях приведены материалы из совместных работ автора и его коллег: кандидатов технических наук, доцентов В. С. Грудинина, С. И. Охупкина, А. В. Зотова, С. А. Мокрушина [50, 51, 53], касающиеся разработки важного предварительного этапа структурного синтеза – задания закона функционирования устройства, в которых на практических примерах показано получение и расширение множества альтернативных алгоритмов управления и их системного анализа. В Приложениях 1 и 2 для задач управления тепловыми процессами рассмотрены соответственно классические и адаптивные алгоритмы автоматического управления на основе структурных преобразований, анализа свойств управляемости и устойчивости, выбора пропорционально-интегрально-дифференциальных (ПИД) составляющих закона регулирования при аппаратной и программной реализации управляющего устройства. В Приложении 3 рассмотрено встречающееся в мехатронике и робототехнике оптимальное программное движение объекта из двух последовательно соединенных интеграторов, для получения множества вариантов структуры УУ находятся алгоритмы управления по специально сформированным критериям оптимальности, учитывающим быстродействие и точность регулирования.

1. ОПИСАНИЕ ВАРИАНТОВ СТРУКТУРЫ

1.1. Подходы к описанию вариантов структуры

1.1.1. Обзор методов учета множества вариантов структуры

Успех развития того или иного направления теории управления во многом зависит от степени сложности аппаратурной или программной реализации алгоритмов управления, полученных с помощью способов исследования, заложенных в данном направлении. Разработанная автором и изложенная в [32] прикладная методика исследования оптимального управления для нелинейных динамических объектов, базирующаяся на применении принципа максимума, условий общности положения для нелинейных объектов, качественной теории дифференциальных уравнений, позволяет найти в аналитической форме законы управлений в функции координат и параметров объекта в задачах на минимум временных, материальных и энергетических затрат. Применение методики для широкого круга задач, которые возникают при автоматизации и оптимизации производственных процессов, позволяет из конкретных примеров выявить общие свойства оптимального управления и выделить ограниченное число алгебраических и логических операций, необходимых для реализации требуемого алгоритма функционирования управляющего устройства, который задается управляющими воздействиями и топологической картиной оптимальных траекторий.

Известные технические решения по реализации оптимального управления [13, 22, 56], в том числе основанные на прикладной методике качественного исследования управления [61–66], получены неформализованным путем на основе опыта и интуиции инженеров и поэтому не отвечают на вопросы:

– являются ли полученные структуры правильными и избыточными?

– как описать множество вариантов структуры и определить новые, неизвестные из прототипов варианты структуры?

– как выделить блоки и получить укрупненную универсальную структуру?

– как выбрать наилучший вариант структуры?

Традиционный подход к проектированию представляет разработчику главным образом средства анализа уже выбранного варианта структуры объекта, оптимизации параметров и конструктор-

ско-технологической проработки выбранного варианта [20, 25]. Наиболее сложный этап проектирования – выбор структуры – разработчик проводит в настоящее время, как правило, эвристическим путем ввиду отсутствия достаточно общих и эффективных методов синтеза структуры [9, 14, 20].

Существующие методы учета множества альтернативных вариантов структуры в процессе проектирования можно разделить на два класса – неформализованные и формализованные (рис 1.1).



Рис. 1.1. Методы синтеза структуры

Первый класс можно охарактеризовать как интуитивное комбинирование элементов известных решений, при этом структура сложного объекта определяется следующим образом [14, 30]:

- анализируется техническое задание;

– на основе анализа прототипов составляется и анализируется несколько вариантов структуры;

– выбирается вариант, наилучшим образом соответствующий техническому заданию, и составляются техзадания на разработку отдельных блоков этого варианта.

К этому классу относятся также информационно-поисковые системы, используемые для быстрого поиска прототипов. В отдельных случаях могут использоваться каталоги вариантов в памяти ЭВМ с автоматической выборкой лучшего варианта [25].

Ко второму классу относятся формализованные методы. Они основаны на формальных эквивалентных преобразованиях структуры или закона проектируемого объекта. В этом классе можно выделить четыре направления. К первому относятся методы, имеющие ограниченное применение для специфического круга объектов, таких как комбинационные схемы и конечные автоматы [10], алгоритмы [19] и некоторые классы электрических цепей [6].

Более общими являются методы, представленные другими направлениями: морфологический синтез [21, 25], синтез на основе альтернативного графа (альтернативно-графовый синтез) [17, 26, 30] и логико-комбинаторный подход [3, 4].

Морфологический и альтернативно-графовый подходы нашли широкое применение в конструировании, исследованиях, для получения изобретений и открытий. При морфологическом подходе множество альтернативных вариантов проектируемой системы определяется как декартово произведение, в котором сомножителями являются множества значений классифицирующих признаков. Для задания множеств альтернативных вариантов используется морфологическая таблица. В альтернативно-графовом подходе множество альтернативных вариантов наглядно задается в виде И-ИЛИ-графа, который можно рассматривать как ориентированный гиперграф, в котором вершинами являются множества связей, участвующих в образовании альтернативных вариантов структуры, а дугами – множество элементов, составляющих варианты структуры. Графическое изображение облегчает постановку задачи и уменьшает вероятность ошибки на этапе формализации.

Методология морфологического и альтернативно-графового подходов разработана достаточно хорошо, имеется много примеров их использования для синтеза технических решений в различных областях техники. Однако эти подходы имеют существенный недоста-

ток: выбор наилучшего варианта структуры проводится методом перебора или методом случайного поиска, что затрудняет оптимизацию структуры.

Логико-комбинаторный подход является развитием морфологического и альтернативно-графового подходов, в котором для представления множества альтернативных вариантов структуры используется аппарат булевых функций, для графического изображения множества вариантов используется модификация альтернативно-графового представления в форме максимально избыточной структуры. Перечисленные достоинства – удобный математический аппарат, наглядность, а также возможности оптимизации структуры и использования ЭВМ для автоматизации процесса проектирования структуры определили применение логико-комбинаторного подхода для представления множества альтернативных вариантов структуры управляющих устройств оптимальных систем.

1.1.2. Сущность логико-комбинаторного подхода (ЛКП)

Приведем взятые из [4] основные определения, правила и алгоритмы, присущие ЛКП, для представления множества вариантов структуры и используемые в дальнейшем.

Структурой проектируемого объекта называется описание элементов, составляющих объект, с указанием способа их соединения между собой и с окружающей средой.

В каждой задаче проектирования имеется набор (множество) А типовых элементов. В отдельных случаях при описании объекта могут быть использованы укрупненные элементы или блоки.

Назначение проектируемого объекта определяет закон (алгоритм) его функционирования. Закон функционирования характеризует взаимодействие проектируемого объекта с окружающей средой. Предполагается, что закон функционирования проектируемого объекта с заданной структурой является композицией законов функционирования всех элементов или блоков, входящих в структуру объекта.

Взаимодействие элементов или блоков, составляющих структуру объекта, между собой или с окружающей средой осуществляется посредством связей. Каждая связь элемента осуществляется посредством соединения надлежащего ему контакта с соответствующим контактом другого элемента.

Ограничимся рассмотрением направленных взаимодействий, которые проявляются в виде направленных связей: энергетических, ма-

териальных, информационных. Входящие в элемент связи называют входами, а выходящие – выходами. Множество входных контактов элементов $a \in A$ обозначим через $E_{a\text{вх}}$, а множество выходных контактов – через $E_{a\text{вых}}$. Множество связей, которые встречаются в вариантах структуры, обозначим через S .

Функциональным элементом (ф-элементом) называется входящий в одну из возможных структур проектируемого объекта типовой элемент a из множества A , каждому контакту которого присвоено обозначение связи $s \in S$, осуществляемой элементом a посредством данного контакта в соответствии с законом его функционирования в составе рассматриваемой структуры.

Для множества ф-элементов, каждый из которых принадлежит хотя бы одному варианту структуры проектируемого объекта, введем обозначение Z . Если множество входов ф-элементов $z \in Z$ обозначить через α_z , а множество выходов – через β_z , то для ф-элемента z , соответствующего типовому элементу $a \in A$, используется описание $z: \beta_z = a(\alpha_z)$.

Контакты каждого типового элемента a , используемого в качестве функционального элемента z , можно формально представить в виде функции $\sigma_z: E_a \rightarrow S$. Тогда множества входных и выходных связей функционального элемента z :

$$\begin{aligned}\alpha_z &= \{s \in S | s = \sigma_z(e), e \in E_{\alpha\text{вх}}\}, \\ \beta_z &= \{s \in S | s = \sigma_z(e), e \in E_{\alpha\text{вых}}\}.\end{aligned}$$

Каждому типовому элементу $a \in A$ могут соответствовать несколько ф-элементов z , но каждому $z \in Z$ соответствует только один типовой элемент a .

В качестве исходного представления множества альтернативных вариантов структуры используется максимально-избыточная структура (МИС) в форме альтернативного И-ИЛИ-графа, для этого:

1) рассматривается совокупность всех доступных разработчику структурных схем, реализующих закон функционирования проектируемого объекта или отдельные элементы этого закона, – эта совокупность называется множеством прототипов T проектируемого объекта;

2) унифицируются названия типовых элементов a из множества A , а также их входов $E_{\alpha\text{вх}}$ и выходов $E_{\alpha\text{вых}}$ для всей совокупности структурных схем, в результате чего составляется перечень типовых элементов $a \in A$;

3) унифицируются наименования связей s для входов, выходов и доступных извне узловых точек структурных схем, в результате чего составляется перечень связей в виде множества S ;

4) выявляются все ϕ -элементы z , т. е. все вхождения каждого типового элемента в совокупности T структурных схем, в результате чего получается множество Z ;

5) в множество элементов Z включается также ϕ -элемент $z_1: \beta_1 = a_0(\alpha_1)$, соответствующий универсальному элементу a_0 – «внешняя среда», причем $\alpha_1 = S_{\text{вх}} = \beta_0$ и $\beta_1 = S_{\text{вх}} = \alpha_0$.

Любое множество $C \in 2^Z$ можно рассматривать как композицию всех $z \in C$, т. е. как некоторый вариант структуры. Множество выходов структуры $ex C$ – это совокупность выходов всех элементов $z \in C$, т. е.

$$ex C = \bigcup_{z \in C} \beta_z,$$

а множество входов структуры $in C$ – это множество входов элементов $z \in C$, не обеспеченных выходными связями других элементов $z \in C$:

$$in C = \bigcup_{z \in C} \alpha_z \setminus ex C,$$

причем \cup – операция объединения, \setminus – операция вычитания множеств.

Элемент $z \in C$, где $C \in 2^Z$, называется активизированным в C , если существует структура $C' \subseteq C$, у которой $in C' = \phi$ и $z \in C'$, т. е. существует структура C' , в которой входные связи элемента обеспечены выходными связями с других элементов структуры C' . Связь, получаемая с активизированного элемента, называется активизированной.

В правильном варианте структуры $C \in 2^Z$ можно выделить контур из элементов z , проходящий через элемент $z_1 \in C$ и не содержащий контуров, кроме тех, которые проходят через z_1 , где z_1 – ϕ -элемент, представляющий внешнюю среду функционирования объекта. Элемент $z \in C$, где C – правильная структура, называется избыточным, если $C \setminus \{z\}$ – правильная структура. Правильная структура называется избыточной по связям, если некоторая связь активизируется более чем одним элементом.

Приведем две теоремы, важные для получения избыточности структуры:

1. Избыточность по связям является необходимым условием избыточности правильной структуры.

2. Избыточность по связям является необходимым и достаточным условием избыточности правильной структуры, если все типовые элементы, кроме внешней среды a_0 , имеют только один выход.

В множестве связей можно выделить уровни активизации связей. К нулевому уровню относятся входные связи проектируемого объекта, т. е. $S_{\text{вх}} = \alpha_0 = \beta_1$. Связь принадлежит i -му уровню, если

для всех вариантов ее активизации требуется активизировать связи уровня i -го, среди которых хотя бы одна связь имеет уровень $(i - 1)$.

Для получения рабочего представления множества альтернативных вариантов структуры используется булева функция – это функция, принимающая значение на множестве $\{0,1\}$ и определенная на множестве наборов булевых переменных, каждая из которых принимает значения на множестве $\{0,1\}$. Будем рассматривать обозначения ϕ -элементов $z_1, z_2 \dots z_n$ как булевы переменные. Каждый двоичный набор $\{z_1, z_2 \dots z_n\}$ представляет соединение тех и только тех ϕ -элементов, для которых соответствующая компонента $z_i, i = \overline{1, n}$ этого набора равна единице.

Характеристической булевой функцией (ХБФ) множества альтернативных вариантов называется булева функция $f(z_1, z_2 \dots z_n)$, для которой $f(z'_1, z'_2 \dots z'_n) = 1$ тогда и только тогда, когда $(z'_1, z'_2 \dots z'_n)$ представляет собой правильный вариант структуры.

Булева функция $g(z_1, z_2 \dots z_n)$ – импликанта булевой функции $f(z_1, z_2 \dots z_n)$, если из того, что $g = 1$, следует, что $f = 1$. Функция f в этом случае – имплициента g . Функция $f(z_1, z_2 \dots z_n)$ является монотонной, если из $z'_i \geq z''_i (i = \overline{1, n})$ следует, что $f(z'_1, z'_2 \dots z'_n) \geq f(z''_1, z''_2 \dots z''_n)$. Для представления монотонных булевых функций достаточно двух логических операций: дизъюнкции (+ или \vee) и конъюнкции (\cdot , \wedge или $\&$). В записи формул ХВФ операция конъюнкции представляет собой совместное использование ϕ -элементов в составе некоторой структуры, операция дизъюнкции – ветвление альтернативного графа.

Каждому избыточному варианту структуры S из множества правильных избыточных вариантов структуры M_n взаимно однозначно соответствует простая импликанта ХБФ $f(z) = f(z_1, z_2 \dots z_n)$, причем $f(z)$ является монотонной функцией. Представление булевой функции в виде дизъюнкции $f(z) = \vee C_z$ всех простых импликант C_z называется сокращенной дизъюнктивной нормальной формой (сокр. д. н. ф.). Каждой простой импликанте $C1_{\alpha\beta\omega_z}$ соответствует набор ϕ -элементов $C = \{z_1, z_\alpha, z_\beta, \dots z_\omega\}$, представляющий некоторый избыточный вариант. Следовательно, сокр. д. н. ф. $f(z)$ можно считать характеристической формой для множества M_n . Сокр. д. н. ф. используется в качестве явного представления множества альтернативных вариантов M_n , особенно тогда, когда число вариантов сравнительно невелико.

С ростом числа альтернативных вариантов явное представление в виде сокр. д. н. ф. становится громоздким и неудобным для анализа и синтеза наилучшего варианта. В качестве неявного рабочего представления множества альтернативных вариантов ЛКП используется особенная скобочная нормальная форма (о. ск. н. ф.) характеристической булевой функции. В о. ск. н. ф. любая пара логических сомножителей (конъюнктов) не содержит общих переменных. Представление множества вариантов структуры в компактной записи в виде о. ск. н. ф. обладает следующими достоинствами: уменьшает трудоемкость выбора оптимального варианта; наглядно представляет систему укрупненных блоков ф-элементов, из которых строятся различные варианты структуры; достаточно легко может быть преобразовано в другие представления.

Для построения сокр. д. н. ф. и о. ск. н. ф. ХБФ в логико-комбинаторном подходе введены соответствующие алгоритмы A_1 и A_2 .

Алгоритм A_1 позволяет построить все простые импликанты ХБФ $f(z)$. Наряду с булевыми переменными $z \in Z$, обозначающими активизированные ф-элементы структуры, вводятся булевы переменные $s \in S$, обозначающие активизированные связи, т. е. $s = 1$, если связь s активирована, и $s = 0$ в противном случае.

Множества входов α_z и выходов β_z ф-элемента z рассматриваются как конъюнкции соответствующих булевых переменных:

$$\begin{aligned}\alpha_z &= \&_{s \in in z} s, \\ \beta_z &= \&_{s \in ex z} s.\end{aligned}$$

В основу алгоритма A_1 положена логика алетических модальностей [19, 29]. В этой логике вводится модальный оператор «необходимо», который обозначается знаком \sim . Некоторые из основных законов модальной логики:

$$\begin{aligned}\tilde{x} &\rightarrow x, \\ \tilde{x}\tilde{y} &\leftrightarrow \tilde{x}\tilde{y}.\end{aligned}$$

Работа алгоритма A_1 основана на предположении, что существует хотя бы один правильный вариант структуры, т. е. истинна формула для ф-элемента \tilde{z}_1 .

Из того, что некоторый элемент активизирован, следует, что активизированы выходы этого элемента $z \rightarrow \beta$. Входы активизированного элемента необходимо активизировать $z \rightarrow \tilde{\alpha}_z$.

Условие активизации элемента z с учетом рассмотренных законов запишется в виде:

$$z \rightarrow z\beta_z\tilde{\alpha}_z, \tilde{\alpha}_z \rightarrow \&_{s \in ex z} \tilde{s}. \quad (1-1)$$

Из необходимости активизации связи s , т. е. из \tilde{S} , следует на основе определения активизированной связи, что хотя бы один элемент z , с выхода которого получается s , должен быть активизирован, откуда получается условие активизации связи:

$$\tilde{S} \rightarrow \bigvee_{s \in ex z} \tilde{Z}. \quad (1-2)$$

Алгоритм A_1 построения сокр. д. н. ф. по заданным множествам ф-элементом $z \in Z$ и связей $s \in S$ заключается в последовательном разворачивании выражения для \tilde{z}_1 , которое характеризует постановку задачи проектирования с помощью условий активизации ф-элементов и связей (1.1, 1.2) и условий упрощения логических зависимостей:

$$xx \rightarrow x, \tilde{x}x \rightarrow x. \quad (1-3)$$

Для каждой ХБФ можно построить большое число о. ск. н. ф. Варианты о. ск. н. ф. могут быть получены путем факторизации – вынесения за скобки общих множителей в сокр. д. н. ф.

Непосредственно из множеств ф-элементов $z \in Z$ и связей $s \in S$ о. ск. н. ф. может быть получена, минуя сокр. д. н. ф., с помощью алгоритма A_2 . В основу алгоритма A_2 положена система правил, с помощью которых разворачивается выражение для \tilde{z}_1 . В систему правил для алгоритма A_2 входят правила алгоритма A_1 (1-1) и (1-2), а правила (1-3) обобщаются с помощью правил приведения конъюнктов к особенному виду:

$$\begin{aligned} D_x \& E_x &= x(D'_x E_{x=0} \vee D_{x=1} E'_x) \vee D_{x=0} E_{x=0}, \\ D_x \& E_{\tilde{x}} &\rightarrow x D'_x E_{\tilde{x}=1} \vee D_{x=0} \& E_{\tilde{x}}, \end{aligned} \quad (1-4)$$

где $x = s$ или $x = z$, D_x и E_x – конъюнкты относительно одной буквы x . Система правил (1-4) получена с помощью разложения вида $F_x = x F'_x \vee F_{x=0}$, справедливого для монотонных булевых функций, где F'_x – формальная производная F_x по x , получаемая по обычным правилам дифференцирования действительного переменного, если логические операции \vee и $\&$ рассматривать как арифметические операции, соответственно сложение и умножение.

Систематизация множества альтернативных вариантов заключается в том, что о. ск. н. ф. позволяет выявить укрупненные типовые элементы синтезируемой структуры. При этом в о. ск. н. ф. выделяются подформулы. Подформулой F формулы Φ называют формулу, полученную из Φ путем фиксации некоторых букв логическими константами 0 или 1 и применения к полученной формуле равносильностей с константами. Формулу Φ называют в этом случае надформулой F .

Подформулы называются дизъюнктами, если они соединены знаками дизъюнкции. Аналогично определяются подформулы –

конъюнкты. Дизъюнкт может быть либо отдельной переменной, либо конъюнктивной подформулой, т. е. конъюнкцией переменных и/или дизъюнктивных подформул. Аналогично конъюнкт может быть или переменной, или дизъюнктивной подформулой, т. е. дизъюнкцией переменных и/или конъюнктивных подформул.

Рассмотрим систему конъюнктивных $B(z) \in \Phi_B$ и дизъюнктивных $D(z) \in \Phi_D$ подформул о. ск. н. ф. $\Phi_{oc}(f(z))$. Для монотонных булевых функций такая система имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi_{oc}(z) &= \begin{cases} z_1 D_0(z), & \text{если } D_0 \in \Phi_D, \\ z_1 B_0(z), & \text{если } B_0 \in \Phi_B \end{cases} \\ B(z) &= \left(\&_{D(z) \in \Phi_D} D(z) \right) \wedge \left(\&_{z \in Z_B} z \right), \\ D(z) &= \left(\vee_{B(z) \in \Phi_B} B(z) \right) \vee \left(\vee_{z \in Z_D} z \right), \\ &B \in \Phi_B, D \in \Phi_D, z \in Z, \end{aligned} \quad (1-5)$$

где Z_B – множество переменных z , являющихся конъюнктами $B(z)$,

Z_D – множество переменных z , являющихся дизъюнктами $D(z)$.

Введем для каждой конъюнктивной подформулы $B \in \Phi_B$ обозначение b , рассматривая эту подформулу как дизъюнкт для всех D , для которых $B \in B_D$, а для каждой дизъюнктивной подформулы $D \in \Phi_D$ обозначение d , рассматривая ее как конъюнкт для всех b , для которых $D \in D_B$. Тогда из системы подформул, записанных выше, построим особенную характеристическую систему формул

$$\begin{aligned} \Phi_{oc}(z) &= \begin{cases} z_1 d_0, & \text{если } d_0 \in D, \\ z_1 b_0, & \text{если } b_0 \in B, \end{cases} \\ b &= \left(\&_{d \in D_B} d \right) \wedge \left(\&_{z \in Z_B} z \right), \\ d &= \left(\vee_{b \in B_D} b \right) \vee \left(\vee_{z \in Z_D} z \right), \\ &b \in B, d \in D, z \in Z. \end{aligned}$$

где D_B – множество обозначений для $D(z) \in \Phi_D$, B_D – для $B(z) \in \Phi_B$.

Обозначения для $b \in B$ представляют собой блоки с постоянной структурой. Подблоки, составляющие b , могут иметь переменную структуру. Обозначение $d \in D$ представляют собой блоки с переменной структурой. Число вариантов построения блока d равно $|B_D| + |Z_D|$. Проектируемый объект представляется блоком $b_0 \in B$ или $d_0 \in D$, т. е. при задании множества альтернативных вариантов структуры блочная структура проектируемого объекта (структура на уровне самых укрупненных блоков) может быть либо постоянной, либо переменной.

Множество входов и выходов блоков определяется по формулам:

– множество входов блока $b \in B$

$$in\ b = \left(\left(\cup_{d \in D_B} in\ d \right) \left(\cup_{z \in Z_B} in\ z \right) \right) \setminus ex\ b, \quad (1-6a)$$

– множество выходов ф-блока $b \in B$

$$ex\ b = (\cup_{d \in D_B} ex\ d) \cup (\cup_{z \in Z_B} ex\ z), \quad (1-6б)$$

– множество входов ф-блока $d \in D$

$$in\ d = (\cup_{b \in B_D} in\ b) \cup (in_{z \in Z_D} z), \quad (1-6в)$$

– множество выходов ф-блока $d \in D$

$$ex\ d = (\cap_{b \in B_D} ex\ b) \cap (ex_{z \in Z_D} z). \quad (1-6г)$$

Таким образом, множество входов блока b определяется как множество входов ф-элементов $z \in Z_B$ и блоков $d \in D_B$, входящих в состав b и не подсоединенных к выходам каких-либо $z \in Z_B$ или блоков $d \in D_B$.

На основе системы подформул и известных входах и выходах ф-блоков строится характеристический мультиграф (ХМГ), вершины которого соответствуют подмножествам связей s , а дуги – подмножествам элементов, осуществляющих преобразования одного подмножества в другое. Каждый путь на этом графе от вершины-истока к вершине-стоку соответствует правильному варианту структуры, а последовательность проходимых вершин – множеству связей для каждой промежуточной точки пути. Дуги характеристического мультиграфа выделяют ф-элементы укрупненных блоков и основных ф-элементов, из которых строится структурная схема проектируемого объекта.

1.2. Методика описания и генерирования вариантов структуры

1.2.1. Этапы разработки методики

Логико-комбинаторный подход к представлению вариантов структур устройств предусматривает решение следующих задач:

1. Выбор формы задания закона функционирования устройства, отражающего постановку задачи проектирования и удобного для формализованного представления вариантов структуры.

2. Составление исходного представления как максимально избыточной структуры (МИС) устройства в форме альтернативного И-ИЛИ графа с целью формализации процедуры построения структуры, выделения правильных избыточных вариантов.

3. Рабочее представление вариантов структуры в форме характеристической булевой функции (ХБФ): либо в явном виде сокращенной дизъюнктивной нормальной формой (сокр. д. н. ф.), либо в неявном виде особенной скобочной нормальной формой (о. ск. н. ф.), с целью формализованной компактной записи возможных вариантов структуры, их анализа и оптимизации.

4. Разработки укрупненной структуры с целью выявления укрупненных функциональных блоков и основных функциональных элементов и построения вариантов укрупненной структурной схемы устройства.

В общей задаче исследования и разработки оптимальных систем управления нелинейными динамическими объектами место и сущность ЛКП по представлению альтернативных вариантов структур управляющих устройств оптимальных систем иллюстрирует рис. 1.2.

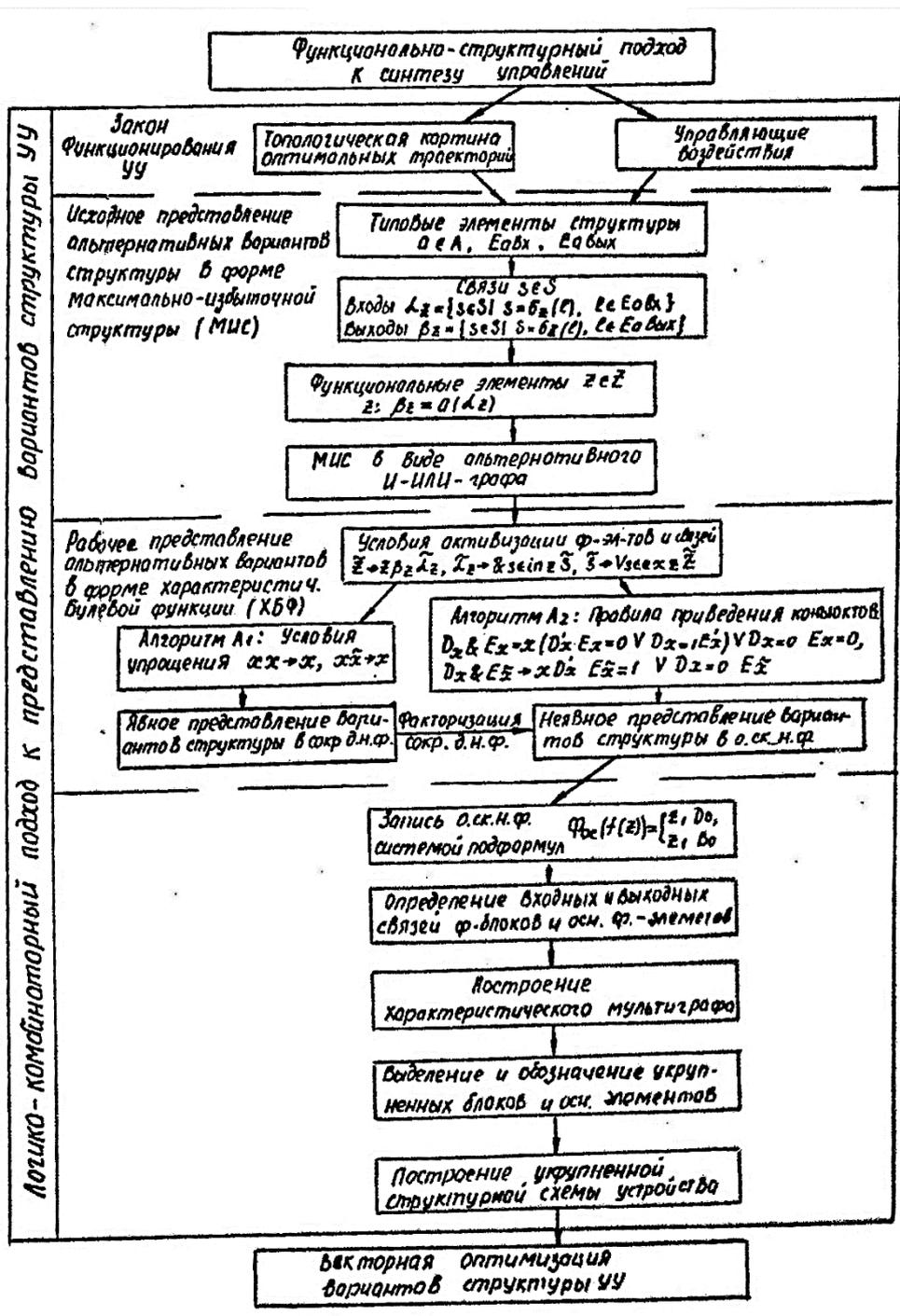


Рис. 1.2. Место и сущность ЛКП для представления вариантов структур УУ оптимальных систем

1.2.2. Задание закона функционирования

Изложенный в [32] материал по качественному исследованию оптимального управления нелинейными объектами в задачах на минимум временных, материальных и энергетических ресурсов с помощью принципа максимума, условий общности положения для нелинейных объектов, качественной теории дифференциальных уравнений, примененный для решения конкретных задач, позволил выявить общие свойства оптимального управления, заключающиеся в том, что оптимальное управление состоит из интервалов кусочно-непрерывных, включая особое, управлений. Результатом качественного анализа является топологическая картина оптимальных траекторий и управляющие воздействия в подпространствах топологической картины.

Рассмотрим объект управления второго порядка с последовательным соединением звеньев и наиболее общим случаем задания множества граничных условий и множества особых траекторий.

Пусть в плоскости координат объекта x_1, x_2 топологическая картина траекторий в оптимальной замкнутой системе имеет вид (рис. 1.3), где L_c – статическая характеристика объекта, L_k – траектория, проходящая через конечную точку x_k , L_0 – особая траектория для граничных условий $(x_0^{(2)}, x_k)$.

Линиями L_k и L_0 пространство координат разделилось на четыре подпространства R^1, R^2, R^3 и R^4 . Для выявления каждого подпространства составляются аппроксимированные уравнения линий L_c и L_k , для $L_0: x_2 = f_0(p_0, x_1)$, для $L_k: x_2 = f_k(p_k, x_1)$, где p_0 и p_k – параметры линий L_0 и L_k для заданных граничных условий. Тогда по знаку отклонений l_0 и l_k изображающей точки объекта относительно линий $L_0: l_0 = x_2 - f_0(p_0, x_1)$ и $L_k: l_k = x_2 - f_k(p_k, x_1)$ или по соответствующему значению δ_0, δ_k :

$$\delta_0 = \begin{cases} 0, & \text{если } l_0 < 0, \\ 1, & \text{если } l_0 \geq 0; \end{cases}$$

$$\delta_k = \begin{cases} 0, & \text{если } l_k < 0, \\ 1, & \text{если } l_k \geq 0 - \end{cases}$$

можно судить о нахождении изображающей точки в том или другом подпространстве. Примем, что подпространствам $R^i, i = \overline{1,4}$ соответствуют следующие знаки отклонений l_0 и l_k , а также логические функции двоичных переменных δ_0, δ_k :

$$R^1: l_0 > 0, l_k < 0, \overline{\delta_k} \wedge \delta_0;$$

$$R^2: l_0 < 0, l_k < 0, \delta_k \wedge \delta_0;$$

$$R^3: l_0 < 0, l_k > 0, \delta_k \wedge \overline{\delta_0};$$

$$R^4: l_0 > 0, l_k > 0, \delta_k \wedge \delta_0.$$

Будем считать, что известны три альтернативных варианта управляющих последовательностей, обеспечивающих переход из x_0 в x_k , и соответствующие технические решения структур управляющих устройств для их реализации [32, 56]:

1) Управляющая последовательность с релейным U_p и непрерывным особым управлением в функции координат и параметров объекта $U_{oc}(x)$ с устойчивостью в виде предельного цикла в конечной точке x_k (см. рис. 1.4а):

$$U = \begin{cases} U_p, & \text{если } x \in R^1 \cup R^3 \cup R^4, q = 0, \\ U_{oc}, & \text{если } x \in R^2, q = 1, \end{cases}$$

где q – двоичный сигнал, определяющий положения изображающей точки в пространстве координат по логическому условию от переменных δ_0, δ_k :

$$q = \begin{cases} 1, & \text{если } \overline{\delta_k} \wedge \overline{\delta_0}, \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

U_p – релейное управление, вычисляемое по условию $U_p = U_m \text{sign} l_k$.

2) Управляющая последовательность с релейным управлением U_p и скользящим режимом вдоль особой траектории L_0 с устойчивостью в виде предельного цикла в конечной точке x_k (см. рис. 1.4б):

$$U = \begin{cases} U_p, & \text{если } x \in R^1 \cup R^3 \cup R^4, q = 0, \\ U_0, & \text{если } x \in R^2, q = 1, \end{cases}$$

где $U_0 = \pm U_m$ – управление, обеспечивающее скользящий режим движения.

3) Управляющая последовательность с релейным U_p и непрерывным особым управлением U_{oc} и асимптотической устойчивостью в конечной точке x_k под управлением $U_{ст}$ (см. рис. 1.4в):

$$U = \begin{cases} U_p, & \text{если } x \in R^1 \cup R^3 \cup R^4, q=0, |x-x_k| > \varepsilon, h = 0, \\ U_0, & \text{если } x \in R^2, q=1, |x-x_k| > \varepsilon, h = 0, \\ U_{ст}, & \text{если } x \in R^1 \cup R^2 \cup R^3 \cup R^4, q=\{0,1\}, |x-x_k| \leq \varepsilon, h = 1, \end{cases}$$

где $U_{ст}$ – управление стабилизации в ε -окрестности конечной точки, равное сумме особого управления $U_{oc}(x)$, обеспечивающего асимптотическую устойчивость некоторой, обычно экстремальной, точке статической характеристики, и добавки управления $W(x)$, учитывающей граничные условия, т. е. $U_{ст} = U_{oc}(x) + W(x_k)$; h – логический сигнал, определяемый из условия

$$h = \begin{cases} 0, & \text{если } |x - x_k| > \varepsilon, \\ 1, & \text{если } |x - x_k| \leq \varepsilon. \end{cases}$$

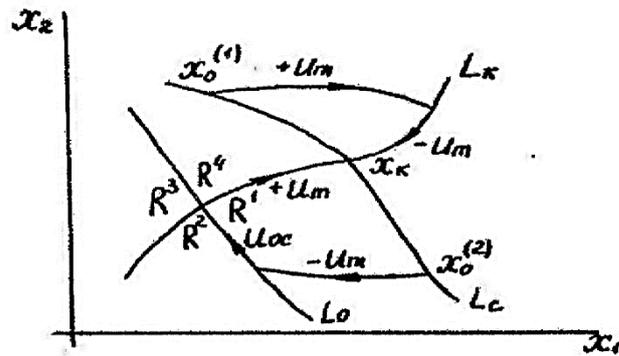


Рис. 1.3. Топологическая картина оптимальных траекторий

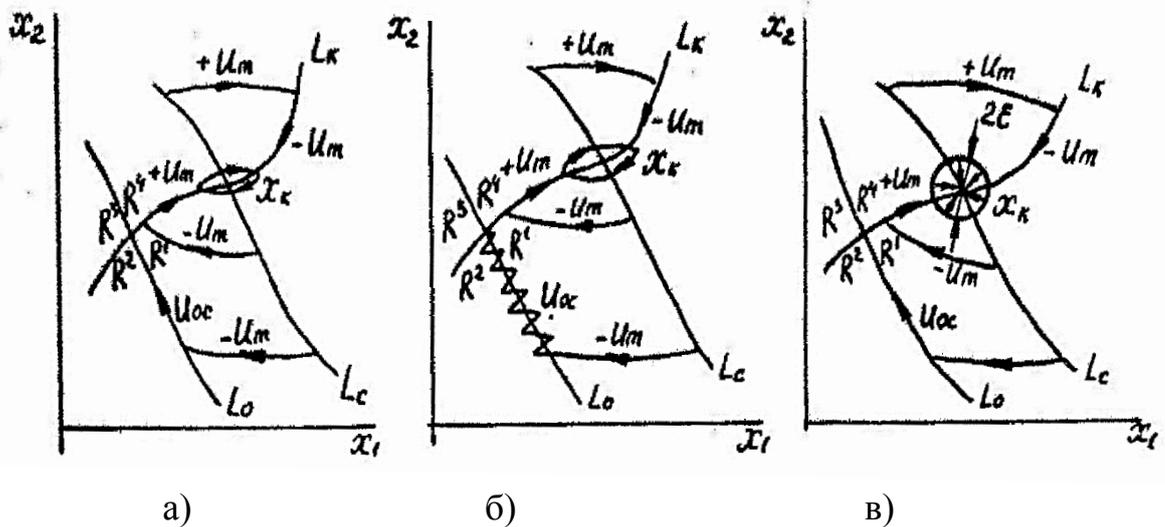


Рис. 1.4. Топологии траекторий и управления в известных алгоритмах функционирования оптимальных систем

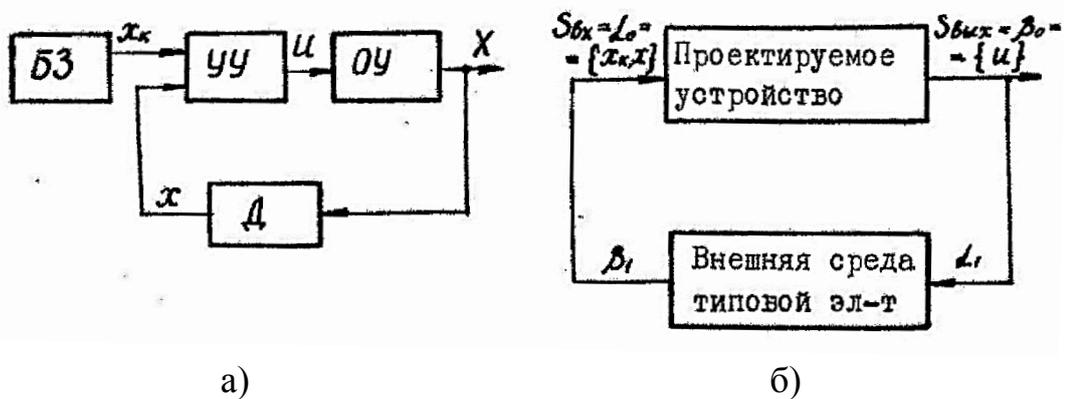


Рис. 1.5. Постановка задачи проектирования:
а) в терминах функциональных блоков, б) в терминах ЛКП

В рассматриваемых альтернативных алгоритмах функционирования оптимальных замкнутых систем можно выделить два управления:

– управление, обеспечивающее переход объекта из x_0 в x_k (1-й и 2-й варианты) или ε -окрестность x_k (3-й вариант). Обозначим это управление через $U_{\text{п}}$ – управление перехода;

– управление, обеспечивающее асимптотическую устойчивость в конечной точке x_k . Обозначим его через $U_{\text{ст}}$ – управление стабилизации.

Тогда с учетом введенных обозначений $U_{\text{п}}$ и $U_{\text{ст}}$ в третьем варианте алгоритма функционирования управляющая последовательность равна

$$U_{\text{п,ст}} = \begin{cases} U_{\text{п}}, & \text{если } h = 0, \\ U_{\text{ст}}, & \text{если } h = 1. \end{cases}$$

На основе алгоритмов функционирования оптимальной системы задачу проектирования управляющего устройства можно сформулировать следующим образом: по заданному конечному x_k и текущему x состояниям объекта управления требуется определить структуру управляющего устройства, вырабатывающего управляющее воздействие на объект управления, что графически изображено на рис. 1.5а, где БЗ – блок задания, Д – датчик, ОУ – объект управления, УУ – управляющее устройство.

В терминах и обозначениях логико-комбинаторного подхода (ЛКП) (см. рис. 1.5б) сигналы x_k и x являются множеством входных связей $S_{\text{вх}} = \{x_k, x\}$ для проектируемого УУ, а управление U является множеством его выходных связей $S_{\text{вых}} = \{U\}$. Универсальный типовой элемент «внешняя среда» a_0 в данном случае состоит из ОУ, БЗ и Д, которому ставится в соответствие функциональный элемент z_1 с входной связью $\alpha_1 = S_{\text{вх}}$ и выходной связью $\beta_1 = S_{\text{вых}}$, т. е. $z_1: \beta_1 = a_0(\alpha_1)$, которое формально с учетом условия активизации ф-элемента z_1 по закону модальной логики $\tilde{z}_1 \rightarrow z_1 \beta_1 \tilde{\alpha}_1$ означает, что из необходимости активизации ф-элемента \tilde{z}_1 с выходной связью $\beta_1 = S_{\text{вых}} = \{x_k, x\}$ необходимо активизировать входную связь $\tilde{\alpha}_1$, которая является выходной связью проектируемого устройства $S_{\text{вых}} = \{U\}$, т. е. решить задачу проектирования управляющего устройства.

1.2.3. Дополнения к ЛКП для устройств с переменной структурой

Так как управляющие устройства оптимальных систем, как это следует из рассмотренных алгоритмов функционирования, имеют переменную структуру, то для составления исходного и рабочего пред-

ставлений вариантов структур в форме МИС и ХБФ внесем дополнения в ЛКП. Дополнения относятся к развитию в ЛКП принципов и процедур формирования исходного набора компонент и правил их комбинирования в виде И-ИЛИ графа и касаются переключающих элементов – коммутаторов, изменяющих управляющее воздействие на объект в зависимости от топологии траекторий, а также согласующих элементов – усилителей, обеспечивающих связь проектируемого устройства с внешней средой. Цель введения дополнений – расширение множества альтернативных вариантов структур.

Д о п о л н е н и е 1 по представлению переключающих элементов – коммутаторов

Пусть имеется алгоритм функционирования

$$U(S_k) = \begin{cases} U_p(S_l), & \text{если } q(S_n) = 0, \\ U_{oc}(S_m), & \text{если } q(S_n) = 1, \end{cases}$$

где в скобках после физических переменных указаны соответствующие им связи. Для реализации этого алгоритма необходим типовой элемент a_k – коммутатор, который можно представить различными способами.

По первому способу, назовем его укрупненным представлением коммутатора, когда его изображение как типового элемента имеет вид рис. 1.6а, его представление в виде И-ИЛИ-графа на основе ЛКП с ϕ -элементами

$$\begin{aligned} z_k: S_k &= a_k(S_e, S_m, S_n), \\ z_1: S_e, S_m, S_n &= a_0(S_k) \end{aligned}$$

показано на рис. 1.6б. В соответствии с законами модальной логики (1-1, 1-2) записываются условия активизации ϕ -элементов и связей

$$\begin{aligned} \tilde{z}_k &\rightarrow z_k S_k \tilde{S}_e \tilde{S}_m \tilde{S}_n, \tilde{S}_k \rightarrow \tilde{z}_k, \tilde{S}_m \rightarrow \tilde{z}_1, \\ \tilde{z}_1 &\rightarrow z_1 S_e S_m S_n \tilde{S}_k, \tilde{S}_e \rightarrow \tilde{z}_1, \tilde{S}_n \rightarrow \tilde{z}_1. \end{aligned}$$

Развертывая выражение для \tilde{z}_1 по алгоритму A_1

$$\tilde{z}_1 \rightarrow z_1 S_e S_m S_n \tilde{S}_k \rightarrow z_1 S_e S_m S_n z_k S_k \tilde{S}_e \tilde{S}_m \tilde{S}_n \rightarrow z_1 z_k S_e S_m S_n S_k,$$

получается сокр. д. н. ϕ . укрупненного представления коммутатора

$$f(z) = z_1 z_k,$$

из которой следует, что при таком представлении коммутатора не учитывается заложенная в алгоритме функционирования переменная структура управляющего устройства.

По второму способу, назовем его детализированным представлением коммутатора, изображение как типового элемента дано на рис. 1.7а, где a_i – инвертор, реализующий зависимость $r(S_p) = \bar{q}(S_n)$, соответствующий И-ИЛИ-граф с использованием ϕ -элементов

$$\begin{aligned}
 z'_k: S_k &= a'_k(S_e, S_p), \\
 z''_k: S_k &= a''_k(S_m, S_n), \\
 z_i: S_p &= a_i(S_n), \\
 z_1: S_e, S_m, S_n &= a_0(S_k)
 \end{aligned}$$

показан на рис. 1.7б.

Условия активизации ф-элементов и связей (1-1, 1-2) определяют

$$\begin{aligned}
 \widetilde{z}'_k &\rightarrow z'_k S_k \widetilde{S}_e \widetilde{S}_p, & \widetilde{S}_k &\rightarrow \widetilde{z}'_k \vee \widetilde{z}''_k, \\
 \widetilde{z}''_k &\rightarrow z''_k S_k \widetilde{S}_m \widetilde{S}_n, & \widetilde{S}_e &\rightarrow \widetilde{z}_1, \quad \widetilde{S}_m \rightarrow \widetilde{z}_1, \quad \widetilde{S}_n \rightarrow \widetilde{z}_1, \\
 \widetilde{z}_i &\rightarrow z_i S_p \widetilde{S}_n, & \widetilde{S}_p &\rightarrow \widetilde{z}_i; \\
 \widetilde{z}_1 &\rightarrow z_i S_e S_m S_n \widetilde{S}_k,
 \end{aligned}$$

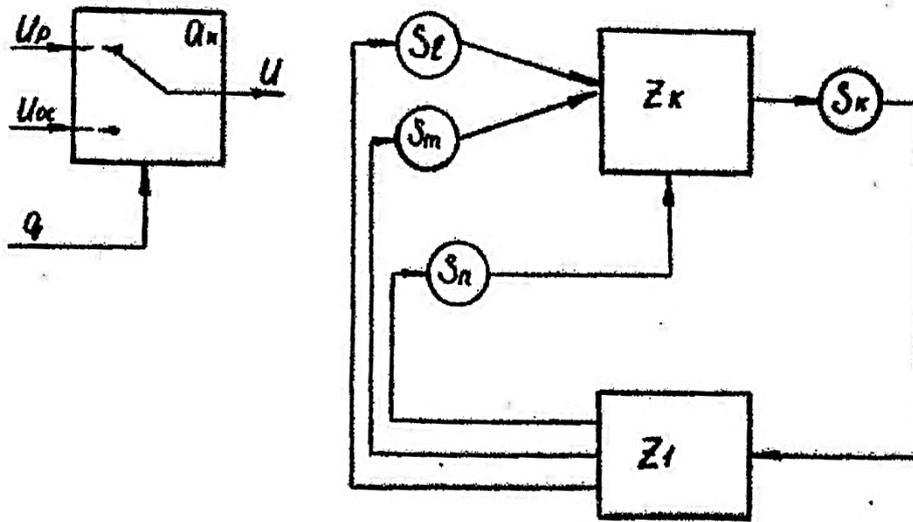


Рис. 1.6. Укрупненное представление коммутатора

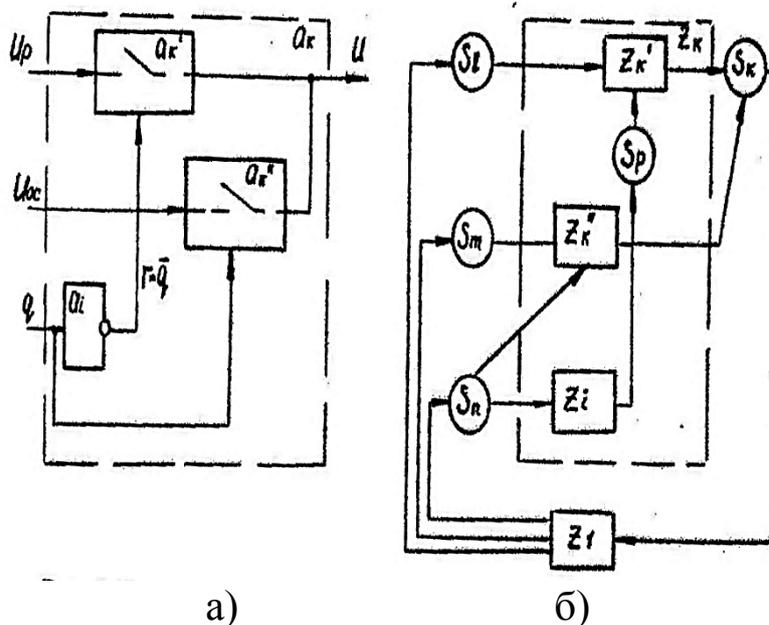


Рис. 1.7. Детализированное представление коммутатора

с применением алгоритма A_1 записываются

$$z_1 \rightarrow z_1 S_e S_m S_n \widetilde{S}_k \rightarrow z_1 S_e S_m S_n (\widetilde{z}'_k \vee \widetilde{z}''_k) \rightarrow \\ \rightarrow z_1 S_e S_m S_n (z'_k S_k \widetilde{S}_e \widetilde{S}_p \vee z''_k S_k \widetilde{S}_m \widetilde{S}_n) \rightarrow z_1 S_e S_m S_n S_k (z'_k z_i S_p \vee z''_k),$$

откуда сокр. д. н. ф. имеет вид

$$f(z) = z_i (z'_k z_i \vee z''_k),$$

из которой следует, что детализированное представление коммутатора позволяет учесть переменную структуру объекта.

При построении МИС управляющих устройств, чтобы оценить влияние различных представлений коммутатора, рассматривается построение соответствующих укрупненной и детализированной МИС, точнее, множеств альтернативных вариантов структур управляющих устройств, так как будет показано, что эти МИС не являются максимально избыточными.

Д о п о л н е н и е 2 по представлению согласующих элементов-усилителей

В ЛКП предполагается, что ф-элементы активизируются конъюнкцией входных связей $\alpha_z = \&_{s \in in z} s$, это соответствует операции пересечения множества связей $s \in in z$. Формирование управления объектом в системах с переменной структурой может осуществляться как каждой компонентой вектора управления, так и произвольной комбинацией компонент управления, что для управляющих устройств оптимальных систем заложено в алгоритмах функционирования.

Чтобы учесть различные варианты управления объектом и необходимые для этого варианты структуры, предлагается:

– ввести согласующие элементы между каждой промежуточной связью, характеризующей отдельную компоненту вектора управления или их комбинации, и выходной связью управляющего устройства. При этом сохраняются используемые в ЛКП условия активизации ф-элементов (1-1);

– модифицировать условия активизации ф-элементов (1-1) на основе законов модальной логики таким образом, чтобы для некоторых ф-элементов условия активизации определялись как конъюнкцией, так и дизъюнкцией входных связей элементов. В этом случае вводится один согласующий элемент, но изменяются условия активизации его входных связей в соответствии с уравнением

$$\tilde{z} \rightarrow z \beta_z \widetilde{\alpha}_z, \quad \widetilde{\alpha}_z = (\&_{s \in in z} \tilde{s}) \vee_{s \in in z} \tilde{s}. \quad (1-7)$$

Для иллюстрации этих предложений рассмотрим пример. Допустим, что в проектируемом устройстве (см. рис. 1.8а) выходная связь S_1 может быть получена как при отдельных связях S_2, S_3 , так и при комби-

нации $S_2 \cap S_3$. Связи S_2 и S_3 получены соответствующими ф-элементами $z_2: S_2 = a_1(S_4)$, $z_3: S_3 = a_2(S_4)$, внешняя среда задана ф-элементом $z_1: S_4 = a_0(S_1)$. Задача состоит во введении согласующих элементов, таких, чтобы выход S_1 соответствовал $S_1 = S_2 \cup S_3 \cup (S_2 \cap S_3)$.

Рассмотрим различные варианты согласования S_2 и S_3 с S_1 (рис. 1.8б, 1.8в, 1.8г) и условия активизации ф-элементов (1-1). Для первого варианта (рис. 1.8б), используя алгоритм A_1 ЛКП, записываются:

$$\begin{aligned} \tilde{z}_1 &\rightarrow z_1 S_4 \tilde{S}_1, & \tilde{S}_1 &\rightarrow \tilde{z}_4, \\ \tilde{z}_2 &\rightarrow z_2 S_2 \tilde{S}_4, & \tilde{S}_2 &\rightarrow \tilde{z}_2, \\ \tilde{z}_3 &\rightarrow z_3 S_3 \tilde{S}_4, & \tilde{S}_3 &\rightarrow \tilde{z}_3, \\ \tilde{z}_4 &\rightarrow z_4 S_1 \tilde{S}_2 \tilde{S}_3, & \tilde{S}_4 &\rightarrow \tilde{z}_1; \end{aligned}$$

сокр. д. н. ф. равна $f(z) = z_1 z_2 z_3 z_4$, т. е. структура устройства по 1-му варианту учитывает только комбинацию связей $S_2 \cap S_3$ и не учитывает случай объединения множеств $S_2 \cup S_3$. Во втором варианте (рис. 1.8в) сокр. д. н. ф. равна $f(z) = z_1 z_2 z_5 \vee z_1 z_3 z_6$, при этом учтены отдельные компоненты $S_2 \cup S_3$, но нет пересечения множеств $S_2 \cap S_3$. Для третьего варианта (рис. 1.8г) сокр. д. н. ф. равна $f(z) = z_1 z_2 z_3 z_4 \vee z_1 z_2 z_5 \vee z_1 z_3 z_6$, и в такой структуре полно и верно учитываются необходимые условия формирования выходной связи S_1 .

Таким образом, для получения комбинации связей на выходе проектируемого устройства необходимо обеспечить соединение требуемой связи через согласующий элемент с выходной связью, как в третьем варианте, при этом условия активизации ф-элементов имеют вид (1-1).

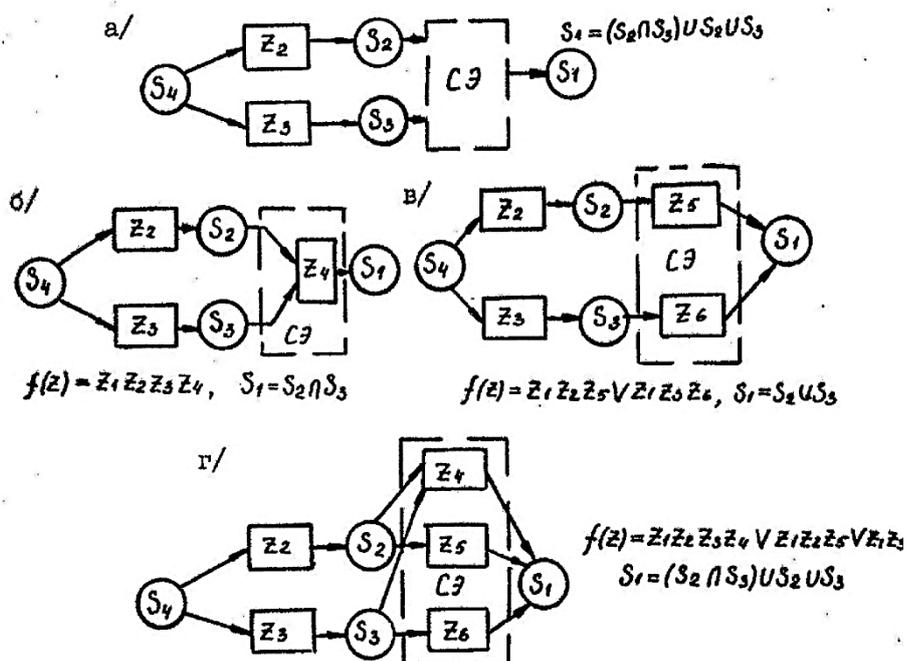


Рис. 1.8. Варианты введения согласующих элементов

Другой путь учета возможных вариантов связей – введение одного согласующего элемента и модификация условий активизации ф-элемента (1-1). Например, в рассматриваемой задаче можно взять структуру первого варианта (рис. 1.8б) с одним ф-элементом z_4 для согласования связей, но условие (1-7) для активизации z_4 записать так, что \tilde{z}_4 может быть активизировано либо \tilde{S}_2 , либо \tilde{S}_3 , либо $\tilde{S}_2\tilde{S}_3$, тогда как в условии (1-1) рассматривается только активизация $\tilde{S}_2\tilde{S}_3$. То есть для первого варианта условия активизации элементов имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{z}_1 &\rightarrow z_1 S_4 \tilde{S}_1, & \tilde{S}_1 &\rightarrow \tilde{z}_4, \\ \tilde{z}_2 &\rightarrow z_2 S_2 \tilde{S}_4, & \tilde{S}_2 &\rightarrow \tilde{z}_2, \\ \tilde{z}_3 &\rightarrow z_3 S_3 \tilde{S}_4, & \tilde{S}_3 &\rightarrow \tilde{z}_3, \\ \tilde{z}_4 &\rightarrow z_4 S_1 (\tilde{S}_2 \vee \tilde{S}_3 \vee \tilde{S}_2 \tilde{S}_3), & \tilde{S}_4 &\rightarrow \tilde{z}_1; \end{aligned}$$

а сокр. д. н. ф. будет равна $f(z) = z_1 z_2 z_3 z_4 \vee z_1 z_2 z_4 \vee z_1 z_3 z_4$, тем самым будут учтены различные комбинации связей.

Схематично предложения в дополнениях 1, 2 изображены на рис. 1.9.



Рис. 1.9. Расширение представления вариантов устройств с переменной структурой

1.2.4. Исследование представлений вариантов структуры

1.2.4.1. Укрупненное представление

Исходя из имеющихся в альтернативных алгоритмах функционирования логических и арифметических операций над физическими переменными, характеризующими состояния объекта управления и

управляющего устройства, которые в ЛКП называются связями (множество S), подбираются необходимые типовые элементы (множество A), под которыми понимаются типовые физические элементы при аппаратной реализации устройства или типовые вычислительные процедуры при программной реализации устройства.

Нумерация типовых и функциональных элементов и связей, а также последовательность их перечисления произвольны, кроме типового элемента a_0 – «внешняя среда» и соответствующего ему ф-элемента z_1 . Связи указаны после физических переменных в скобках.

Составим множества типовых элементов $a \in A$ и связей $s \in S$ для каждого варианта алгоритма функционирования:

– для алгоритма 1:

a_1 – коммутатор, переключающий управление перехода U_{Π} с релейного U_p на непрерывное особое управление U_{oc}

$$U_{\Pi}(S_1) = \begin{cases} U_p(S_2), & \text{если } q(S_{12}) = 0, \\ U_{oc}(S_3), & \text{если } q(S_{12}) = 1, \end{cases}$$

a_2 – нелинейный элемент с релейной характеристикой для выработки релейного управления U_p по знаку отклонения l_k текущей координаты относительно конечной траектории

$$U_p(S_2) = U_m \text{sign } l_k(S_4),$$

a_3 – функциональный преобразователь для выработки непрерывного особого управления U_{oc} по текущим координатам x

$$U_{oc}(S_3) ((x(S_5)),$$

a_4 – запоминающий элемент параметров конечной траектории

$$p_k(S_6) (x_k(S_7),$$

a_3 – функциональный преобразователь для вычисления отклонений текущих координат от конечной траектории

$$l_k(S_4) (p_o(S_8) , x(S_5)),$$

a_4 – запоминающий элемент параметров особой траектории

$$p_o(S_8) (x_k(S_7),$$

a_3 – функциональный преобразователь для определения отклонений текущих координат от особой траектории

$$l_o(S_9) (p_o(S_8) , x(S_5)),$$

a_5 – компаратор для определения в бинарной форме $\{0,1\}$ отклонения l_k

$$\delta_k(S_{10}) = \begin{cases} 0, & \text{если } l_k(S_4) < 0, \\ 1, & \text{если } l_k(S_4) \geq 0, \end{cases}$$

a_5 – компаратор для определения в бинарной форме отклонения l_0

$$\delta_o(S_{11}) = \begin{cases} 0, & \text{если } l_0(S_9) < 0, \\ 1, & \text{если } l_0(S_9) \geq 0, \end{cases}$$

a_6 – логический элемент для управления коммутатором

$$q(S_{12}) = \begin{cases} 1, & \text{если } \bar{\delta}_k(S_{10}) \wedge \bar{\delta}_0(S_{11}), \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

a_7 – усилитель мощности, преобразующий сигнал управления U_n в управление U объектом

$$U(S_{13})(U_n(S_1));$$

– для алгоритма 2 необходимы дополнительные элементы связи, не учтенные в алгоритме 1:

a_1 – коммутатор, переключающий управление перехода U_n с релейного управления U_p на скользящий режим движения вдоль особой траектории с управлением U_o

$$U_n(S_1) = \begin{cases} U_p(S_2), & \text{если } q(S_{12}) = 0 \\ U_{oc}(S_{14}), & \text{если } q(S_{12}) = 1, \end{cases}$$

a_7 – усилитель, преобразующий управление перехода U_n с релейным и скользящим движением в управление объектом U

$$U(S_{13})(U_n(S_1));$$

– для алгоритма 3:

a_1 – коммутатор, переключающий управление перехода и стабилизации $U_{п,ст}$ с управления перехода U_n на управление стабилизации $U_{ст}$

$$U_{п,ст}(S_{15}) = \begin{cases} U_n(S_1), & \text{если } h(S_{17}) = 0, \\ U_{ст}(S_{16}), & \text{если } h(S_{17}) = 1, \end{cases}$$

a_3 – функциональный преобразователь для выработки добавки управления W , учитывающий конечное состояние x_k

$$W(S_{18})(x_k(S_7),$$

a_8 – сумматор для получения управления стабилизации $U_{ст}$ как суммы непрерывного особого управления U_{oc} и добавки управления W

$$U_{ст}(S_{16}) = U_{oc}(S_3) + W(S_{18}),$$

a_5 – компаратор для оценки отклонения текущих координат относительно конечного состояния x_k на величину ε

$$h(S_{17}) = \begin{cases} 0, & \text{если } |x(S_5) - (x_k(S_7))| > \varepsilon(S_{19}), \\ 1, & \text{если } |x(S_5) - (x_k(S_7))| \leq \varepsilon(S_{19}), \end{cases}$$

a_7 – усилитель для получения управления объектом U из управления перехода и стабилизации $U_{п,ст}$

$$U(S_{13})(U_{п,ст}(S_{15})).$$

Общий для всех алгоритмов типовой элемент a_0 – «внешняя среда» – содержит объект с управлением $U(S_{13})$, датчики обратной связи с текущими координатами $x(S_5)$ и задающий блок с конечным состоянием объекта $x_k(S_7)$.

Элемент a_0 и элементы $a_1 - a_8$ образуют ϕ -элементы $z: \beta_z = a(\alpha_z)$, где β_z, α_z , соответственно, множество выходных и входных связей ϕ -элемента z , построенного на основе типового элемента a , т. е.

$$\begin{aligned}
 z_1: S_5, S_7 &= a_0(S_{13}), \\
 z_2: S_1 &= a_1(S_2, S_3, S_{12}), \\
 z_3: S_2 &= a_2(S_4), \\
 z_4: S_3 &= a_3(S_5), \\
 z_5: S_6 &= a_4(S_7), \\
 z_6: S_4 &= a_3(S_5, S_6), \\
 z_7: S_8 &= a_4(S_7), \\
 z_8: S_9 &= a_5(S_8, S_5), \\
 z_9: S_{10} &= a_5(S_4), \\
 z_{10}: S_{11} &= a_5(S_9), \\
 z_{11}: S_{12} &= a_6(S_{10}, S_{11}), \\
 z_{12}: S_{13} &= a_7(S_1), \\
 z_{13}: S_1 &= a_1(S_2, S_{14}, S_{12}), \\
 z_{14}: S_{15} &= a_1(S_1, S_{16}, S_{17}), \\
 z_{15}: S_{18} &= a_3(S_7), \\
 z_{16}: S_{16} &= a_8(S_3, S_{18}), \\
 z_{17}: S_{17} &= a_5(S_5, S_7, S_{19}), \\
 z_{18}: S_{13} &= a_7(S_{15}).
 \end{aligned}$$

Данное множество $z \in Z$ определяет максимально избыточную структуру (МИС) управляющего устройства при укрупненном представлении коммутаторов, представленную в виде альтернативного И-ИЛИ-графа на рис. 1.10. На первый взгляд в представленной структуре связи S_{14} и S_{19} , а также ϕ -элементы z_{13}, z_{17} не активизированы. Однако если учесть, что связь S_{14} соответствует управлению U_0 для реализации скользящего режима, то ввиду постоянства $U_0 = \pm U_m$ может быть заложена в ϕ -элемент z_{13} , а связь S_{19} , соответствующая отклонению ε , может быть выходным сигналом ϕ -элемента z_1 и вырабатываться блоком задания.

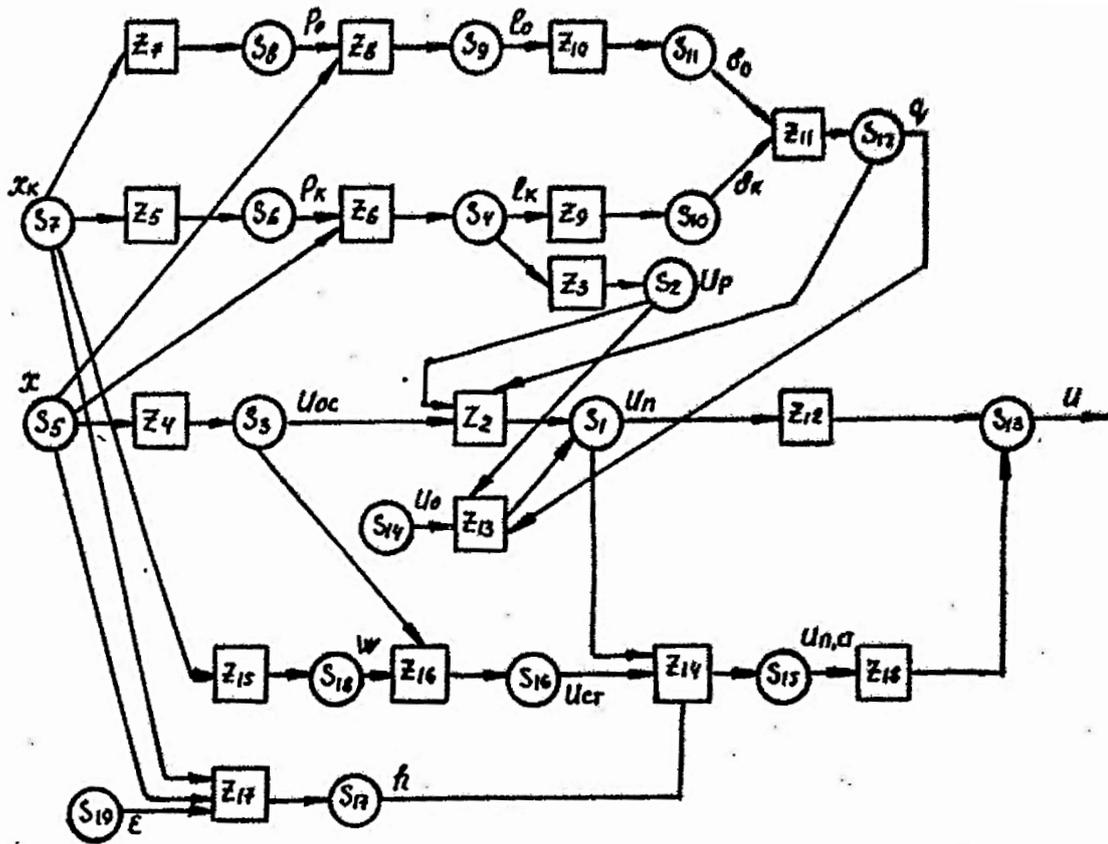


Рис. 1.10. МИС укрупненного представления

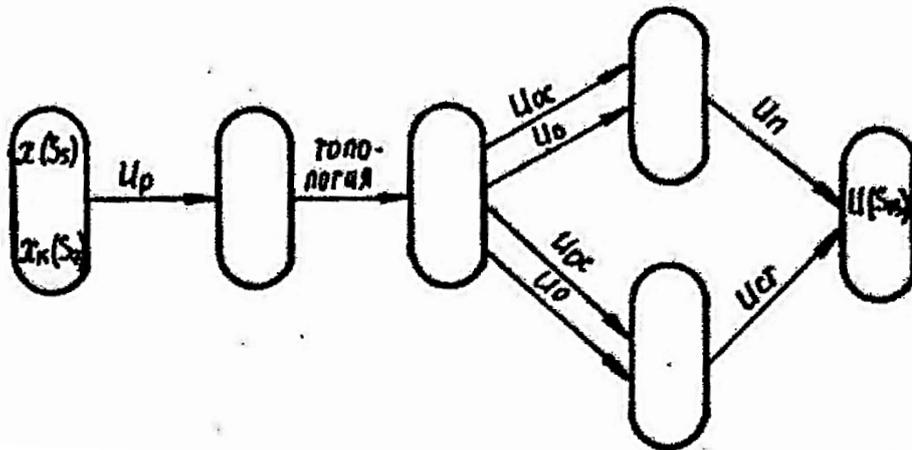


Рис. 1.11. ПМГ укрупненного представления

Поэтому связи S_{14} и S_{19} , как и элементы Z_{13} , Z_{17} , могут считаться активизированными, хотя в условиях активизации элементов Z_{13} и Z_{17} эти связи не будут учитываться. Введение этих связей диктуется более полным физическим представлением структуры.

Уровни связей, показывающие последовательность активизации связей, приведены в табл. 1.1, использование которых, как указано в [4], позволяет упростить процедуру получения компактной о. ск. н. ф.

Уровни активизации связей укрупненного представления

Номер уровня	Связи
0	S_5, S_7
1	$S_6, S_8, S_3, S_{17}, S_{18}$
2	S_9, S_4, S_{16}
3	S_{10}, S_{11}, S_2
4	S_{12}
5	S_1
6	S_{15}
7	S_{13}

Для представления множества альтернативных вариантов укрупненной структуры в форме характеристической булевой функции на основе законов модальной логики (1-1, 1-2) записываются условия активизации ф-элементов и связей:

$$\begin{array}{ll}
 \widetilde{z}_1 \rightarrow z_1 S_5 S_7 \widetilde{S}_{13}, & \widetilde{S}_1 \rightarrow \widetilde{z}_2 \vee \widetilde{z}_{13}, \\
 \widetilde{z}_2 \rightarrow z_2 S_1 \widetilde{S}_2 \widetilde{S}_3 \widetilde{S}_{12}, & \widetilde{S}_2 \rightarrow \widetilde{z}_3, \\
 \widetilde{z}_3 \rightarrow z_3 S_2 \widetilde{S}_4, & \widetilde{S}_3 \rightarrow \widetilde{z}_4, \\
 \widetilde{z}_4 \rightarrow z_4 S_4 \widetilde{S}_5, & \widetilde{S}_4 \rightarrow \widetilde{z}_6, \\
 \widetilde{z}_5 \rightarrow z_5 S_6 \widetilde{S}_7, & \widetilde{S}_5 \rightarrow \widetilde{z}_1, \\
 \widetilde{z}_6 \rightarrow z_6 S_4 \widetilde{S}_5 \widetilde{S}_6, & \widetilde{S}_6 \rightarrow \widetilde{z}_5, \\
 \widetilde{z}_7 \rightarrow z_7 S_8 \widetilde{S}_7, & \widetilde{S}_7 \rightarrow \widetilde{z}_1, \\
 \widetilde{z}_8 \rightarrow z_8 S_9 \widetilde{S}_5 \widetilde{S}_8, & \widetilde{S}_8 \rightarrow \widetilde{z}_7, \\
 \widetilde{z}_9 \rightarrow z_9 S_{10} \widetilde{S}_4, & \widetilde{S}_9 \rightarrow \widetilde{z}_8, \\
 \widetilde{z}_{10} \rightarrow z_{10} S_{11} \widetilde{S}_9, & \widetilde{S}_{10} \rightarrow \widetilde{z}_9, \\
 \widetilde{z}_{11} \rightarrow z_{11} S_{12} \widetilde{S}_{10} \widetilde{S}_{11}, & \widetilde{S}_{11} \rightarrow \widetilde{z}_{10}, \\
 \widetilde{z}_{12} \rightarrow z_{12} S_{13} \widetilde{S}_1, & \widetilde{S}_{12} \rightarrow \widetilde{z}_{11}, \\
 \widetilde{z}_{13} \rightarrow z_{13} S_3 \widetilde{S}_2 \widetilde{S}_{12}, & \widetilde{S}_{13} \rightarrow \widetilde{z}_{12} \vee \widetilde{z}_{18}, \\
 \widetilde{z}_{14} \rightarrow z_{14} S_{15} \widetilde{S}_1 \widetilde{S}_{16} \widetilde{S}_{17}, & \widetilde{S}_{15} \rightarrow \widetilde{z}_{14}, \\
 \widetilde{z}_{15} \rightarrow z_{15} S_{18} \widetilde{S}_7, & \widetilde{S}_{16} \rightarrow \widetilde{z}_{16}, \\
 \widetilde{z}_{16} \rightarrow z_{16} S_{16} \widetilde{S}_3 \widetilde{S}_{18}, & \widetilde{S}_{17} \rightarrow \widetilde{z}_{17}, \\
 \widetilde{z}_{17} \rightarrow z_{17} S_{17} \widetilde{S}_5 \widetilde{S}_7, & \widetilde{S}_{18} \rightarrow \widetilde{z}_{15}, \\
 \widetilde{z}_{18} \rightarrow z_{18} S_{13} \widetilde{S}_{15}. &
 \end{array}$$

Развертывание выражения для z_1 по алгоритму A_1 дает явное представление укрупненной МИС в виде сокр. д. н. ф.

$$\begin{aligned}
 f(z) &= z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{12} \vee z_1 z_3 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{12} z_{13} \vee \\
 &\quad \vee z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{14} z_{15} z_{16} z_{17} z_{18} \vee \\
 &\quad \vee z_1 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{13} z_{14} z_{15} z_{16} z_{17} z_{18} = \\
 &= f_1(z) \vee f_2(z) \vee f_3(z) \vee f_4(z).
 \end{aligned}$$

Импlicants сокp. д. н. ф. $f_i(z), i = \overline{1,4}$ соответствуют правильным неизбыточным вариантам структуры, причем:

– $f_1(z)$ соответствует первому варианту алгоритма функционирования, вырабатывающему управление объектом из объединения множеств $U_p \cup U_{oc}$;

– $f_2(z)$ соответствует второму алгоритму функционирования, реализующему управление $U_p \cup U_o$;

– $f_3(z)$ соответствует третьему алгоритму функционирования с управлением $U_p \cup U_{oc} \cup U_{ст}$;

– $f_4(z)$ представляет новый, неизвестный из прототипов, правильный, неизбыточный вариант структуры управляющего устройства, в котором управление объектом формируется объединением множеств управлений $U_p \cup U_o \cup U_{ст}$, т. е. переход объекта из начального состояния в ε -окрестность конечного осуществляется под действием релейного управления и скользящего режима вдоль особой траектории, а в ε -окрестности конечного состояния включается управление стабилизации.

Неявное представление множества альтернативных вариантов с помощью алгоритма A_2 с учетом законов модальной логики (1-1, 1-2) и правил приведения конъюнктов (1-4) без учета уровня связей дает вариант о. ск. н. ф.:

$$\Phi_{oc}(f(z)) = z_1 z_3 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} (z_{12} (z_2 z_4 \vee z_{13}) \vee z_4 z_{14} z_{15} z_{16} z_{17} z_{18} (z_2 \vee z_{13})), \quad (1-8)$$

который также можно получить и путем факторизации сокp. д. н. ф. Другой вариант о. ск. н. ф. можно получить по алгоритму A_2 с учетом уровня связей:

$$\Phi_{oc}(f(z)) = z_1 z_3 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} (z_4 (z_2 z_{12} \vee (z_2 \vee z_{13}) z_{14} z_{15} z_{16} z_{17} z_{18}) \vee z_{12} z_{13}). \quad (1-9)$$

Видно, что запись характеристической булевой функции в виде о. ск. н. ф. позволяет представить множество вариантов структуры в более компактной форме, чем сокp. д. н. ф., причем о. ск. н. ф. в некоторых случаях устраняет за счет компактности избыточные варианты структуры.

Для систематизации вариантов структур с укрупненным представлением коммутатора записываются системы подформулы, соответствующие о. ск. н. ф.:

$$\begin{aligned} & \text{– для формы (1-8): } \Phi_{oc}(f(z)) = z_1 B_0, \\ & B_0 = z_3 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} D_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_1 &= B_1 \vee B_2, \\
B_1 &= z_{12} D_2, \\
D_2 &= z_{13} \vee B_3, \\
B_3 &= z_2 z_4, \\
B_2 &= z_4 z_{14} z_{15} z_{16} z_{17} z_{18} D_3, \\
D_3 &= z_1 \vee z_{13}; \\
\text{– для формы (1-9): } \Phi_{\text{ос}}(f(z)) &= z_1 B_0, \\
B_0 &= z_3 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} D_1, \\
D_1 &= B_1 \vee B_2, \\
B_1 &= z_4 D_2, \\
D_2 &= B_3 \vee B_4, \\
B_3 &= z_2 z_{12}, \\
B_4 &= z_{14} z_{15} z_{16} z_{17} z_{18} D_3, \\
D_3 &= z_2 \vee z_{13}.
\end{aligned}$$

Для физического объяснения структуры устройства на основе системы подформул удобно построить мультиграф, назовем его предварительным (ПМГ), в котором дуги, соответствующие конъюнктам в системе подформул, обозначаются в зависимости от входящих в конъюнкт ф-элементов через вырабатываемые ими управления, определение топологии или согласующие элементы. Тогда в ПМГ каждый путь от вершины-истока к вершине-стоку, соответствующий правильному варианту структуры, будет наглядно показывать вырабатываемое этим вариантом объединение множеств управляющих воздействий.

Предварительный мультиграф в обозначениях переменных системы, характеризующий варианты структур с реализуемыми управлениями, показан на рис. 1.11 для системы подформул о. ск. н. ф. (1-8), из которого следует, что укрупненная блочная структура устройства с рассматриваемым представлением коммутатора имеет постоянный характер; аналогичный вывод можно сделать для системы подформул о. ск. н. ф. (1-9). Это противоречие – заданное устройство с переменной структурой представляется постоянной структурой – вызвано тем, что все импликанты сокр. д. н. ф. содержат конъюнкт $z_3 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11}$, учитывающий наличие в управляющей последовательности релейного управления U_p .

Таким образом, анализ вариантов структуры с укрупненным представлением коммутатора с помощью ЛКП позволяет определить четыре альтернативных варианта структуры управляющего устройства, реализующих композиции управления как известных из прототи-

пов $U_p \cup U_{oc}, U_p \cup U_o, U_p \cup U_{oc} \cup U_{ст}$, так и новый вариант с $U_p \cup U_{oc} \cup U_{ст}$, причем укрупненная блочная структура устройства является постоянной.

1.2.4.2. Детализированное представление

Для детализированного представления коммутаторов проведем замену некоторых использованных в укрупненном представлении элементов.

В первом алгоритме функционирования вместо типового элемента a_1 вводятся типовые элементы:

a_9 – логический элемент (инвертор), инвертирующий сигнал q в r :

$$r(S_{21}) = \bar{q}(S_{12}),$$

a'_1 – элемент коммутатора a_1 , подключающий на выход $U_{п}(S_1)$ непрерывное особое управление $U_{oc}(S_3)$ при единичном сигнале $q(S_{12})$:

$$U_{п}(S_1) = U_{oc}(S_3), \text{ если } q(S_{12}) = 1,$$

a''_1 – элемент коммутатора a_1 , подключающий на выход $U_{п}$ релейное управление U_p при единичном сигнале r :

$$U_{п}(S_1) = U_p(S_2), \text{ если } r(S_{21}) = 1.$$

Во втором алгоритме функционирования вместо типового элемента a_1 вводится типовой элемент a'_1 – элемент коммутатора a_1 , подключающий к связи $U_{п}(S_1)$ постоянное управление $U_0(S_{14})$ при единичном сигнале $q(S_{12})$:

$$U_{п}(S_1) = U_0(S_{14}), \text{ если } q(S_{12}) = 1,$$

другие типовые элементы детализированного представления для получения $r(S_{21}) = \bar{q}(S_{12})$ и $U_{п}(S_1) = U_p(S_2)$ при единичном сигнале $r(S_{21})$ учтены в первом алгоритме функционирования.

В третьем алгоритме функционирования вместо типового элемента a_1 вводятся типовые элементы:

a_9 – логический элемент, инвертирующий сигнал $h(S_{17})$ с выходом

$$g(S_{22}) = \bar{h}(S_{17}),$$

a'_1 – элемент коммутатора a_1 , подключающий на выход $U_{п,ст}$ управление стабилизации $U_{ст}$ при единичном сигнале h :

$$U_{п,ст}(S_{15}) = U_{ст}(S_{16}), \text{ если } h(S_{17}) = 1,$$

a''_1 – элемент коммутатора a_1 , подключающий на выход $U_{п,ст}$ управление перехода $U_{п}$ при единичном сигнале g :

$$U_{п,ст}(S_{15}) = U_{п}(S_1), \text{ если } g(S_{22}) = 1.$$

Введенным типовым элементам и связям соответствуют ф-элементы:

$$\begin{aligned} z_{21}: S_{21} &= a_9(S_{12}), \\ z_{22}: S_1 &= a_1''(S_2, S_{21}), \\ z_{23}: S_1 &= a_1'(S_3, S_{12}), \\ z_{24}: S_1 &= a_1'(S_{14}, S_{12}), \\ z_{25}: S_{22} &= a_9(S_{17}), \\ z_{26}: S_{15} &= a_1'(S_{16}, S_{17}), \\ z_{27}: S_{15} &= a_1''(S_1, S_{22}). \end{aligned}$$

МИС в виде альтернативного И-ИЛИ-графа для детализированного представления показана на рис. 1.12.

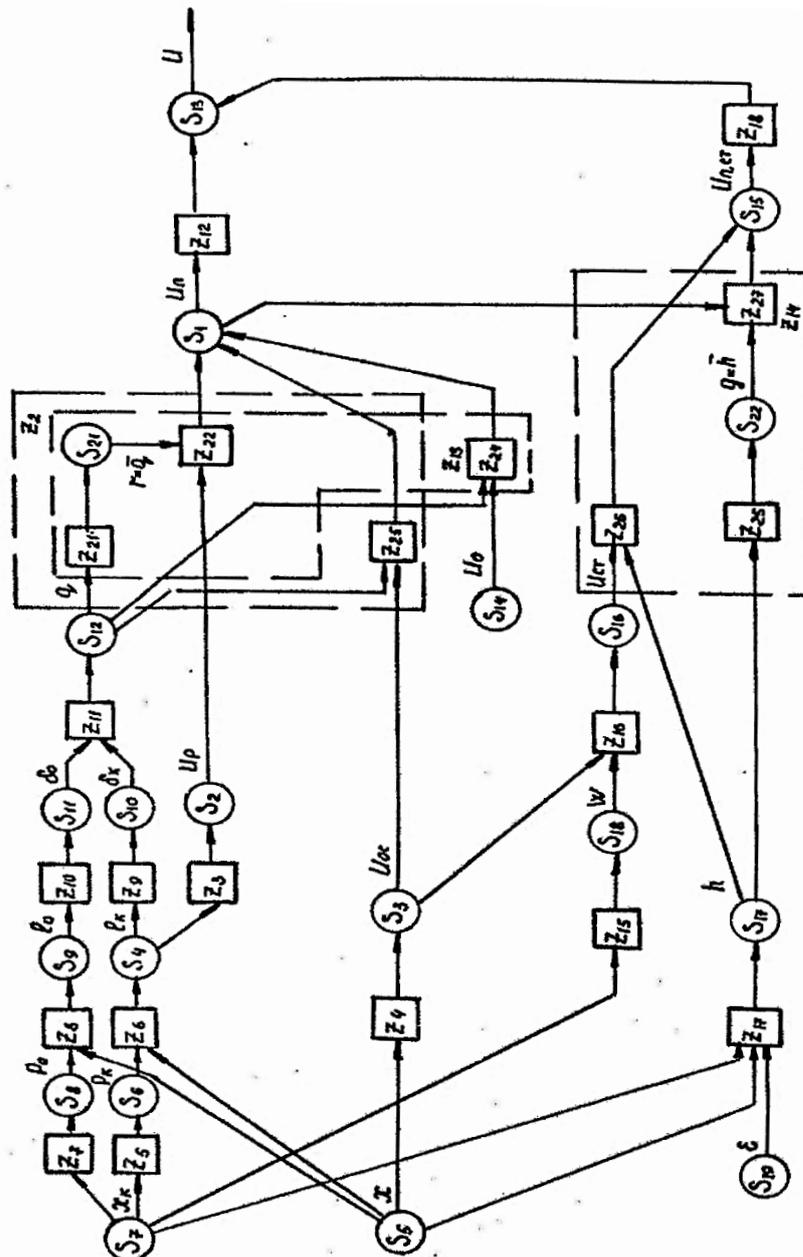


Рис. 1.12. МИС детализированного представления

На основе законов модальной логики (1-1, 1-2) записываются условия активизации ф-элементов и связей

$$\begin{aligned}
 \tilde{z}_1 &\rightarrow z_1 S_5 S_7 \tilde{S}_{13}, \tilde{S}_1 \rightarrow \tilde{z}_{22} \vee \tilde{z}_{23} \vee \tilde{z}_{24}, \\
 \tilde{z}_3 &\rightarrow z_3 S_2 \tilde{S}_4, \tilde{S}_2 \rightarrow \tilde{z}_3 \\
 \tilde{z}_4 &\rightarrow z_4 S_3 \tilde{S}_5, \tilde{S}_3 \rightarrow \tilde{z}_4, \\
 \tilde{z}_5 &\rightarrow z_5 S_6 \tilde{S}_7, \tilde{S}_4 \rightarrow \tilde{z}_6, \\
 \tilde{z}_6 &\rightarrow z_6 S_4 \tilde{S}_5 \tilde{S}_6, \tilde{S}_5 \rightarrow \tilde{z}_1, \\
 \tilde{z}_7 &\rightarrow z_7 S_8 \tilde{S}_7, \tilde{S}_6 \rightarrow \tilde{z}_5, \\
 \tilde{z}_8 &\rightarrow z_8 S_9 \tilde{S}_5 \tilde{S}_8, \tilde{S}_7 \rightarrow \tilde{z}_1, \\
 \tilde{z}_9 &\rightarrow z_9 S_{10} \tilde{S}_4, \tilde{S}_8 \rightarrow \tilde{z}_7, \\
 \tilde{z}_{10} &\rightarrow z_{10} S_{11} \tilde{S}_9, \tilde{S}_9 \rightarrow \tilde{z}_8, \\
 \tilde{z}_{11} &\rightarrow z_{11} S_{12} \tilde{S}_{10} \tilde{S}_{11}, \tilde{S}_{10} \rightarrow \tilde{z}_9, \\
 \tilde{z}_{12} &\rightarrow z_{12} S_{13} \tilde{S}_1, \tilde{S}_{11} \rightarrow \tilde{z}_{10}, \\
 \tilde{z}_{15} &\rightarrow z_{15} S_{18} \tilde{S}_7, \tilde{S}_{12} \rightarrow \tilde{z}_{11}, \\
 \tilde{z}_{16} &\rightarrow z_{16} S_{16} \tilde{S}_3 \tilde{S}_{18}, \tilde{S}_{13} \rightarrow \tilde{z}_{12} \vee \tilde{z}_{18}, \\
 \tilde{z}_{17} &\rightarrow z_{17} S_{17} \tilde{S}_5 \tilde{S}_7 \tilde{S}_{19}, \tilde{S}_{14} \rightarrow 1, \\
 \tilde{z}_{18} &\rightarrow z_{18} S_{18} \tilde{S}_{15}, \tilde{S}_{15} \rightarrow \tilde{z}_{26} \vee \tilde{z}_{27}, \\
 \tilde{z}_{21} &\rightarrow z_{21} S_{21} \tilde{S}_{12}, \tilde{S}_{16} \rightarrow \tilde{z}_{16}, \\
 \tilde{z}_{22} &\rightarrow z_{22} S_1 \tilde{S}_2 \tilde{S}_{21}, \tilde{S}_{17} \rightarrow \tilde{z}_{17}, \\
 \tilde{z}_{23} &\rightarrow z_{23} S_1 \tilde{S}_3 \tilde{S}_{12}, \tilde{S}_{18} \rightarrow \tilde{z}_{15}, \\
 \tilde{z}_{24} &\rightarrow z_{24} S_1 \tilde{S}_{12} \tilde{S}_{14}, \tilde{S}_{19} \rightarrow 1, \\
 \tilde{z}_{25} &\rightarrow z_{25} S_{22} \tilde{S}_{17}, \tilde{S}_{21} \rightarrow \tilde{z}_{21}, \\
 \tilde{z}_{26} &\rightarrow z_{26} S_{15} \tilde{S}_{16} \tilde{S}_{17}, \tilde{S}_{22} \rightarrow \tilde{z}_{25}. \\
 \tilde{z}_{27} &\rightarrow z_{27} S_{15} \tilde{S}_1 \tilde{S}_{22}.
 \end{aligned}$$

Последовательность активизации связей учтена в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Уровни активизации связей

Номер уровня	Связи
0	S_5, S_7
1	$S_3, S_6, S_8, S_{17}, S_{18}$
2	S_4, S_9, S_{16}, S_{22}
3	$S_7, S_{10}, S_{11},$
4	S_{12}
5	S_{21}
6	S_1
7	S_{15}
8	S_{13}

Для получения явного представления множества альтернативных вариантов структур используется алгоритм A_1 , тогда ХБФ в сокр. д. н. ф. имеет вид

$$f(z) = z_1 z_4 z_{15} z_{16} z_{17} z_{18} z_{26} \vee z_1 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{12} z_{13} \vee \\ \vee z_1 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{12} z_{24} \vee z_1 z_3 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{12} z_{21} z_{22} \vee \\ \vee z_1 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{17} z_{18} z_{23} z_{25} z_{27} \vee \\ \vee z_1 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{17} z_{18} z_{24} z_{25} z_{27} \vee \\ \vee z_1 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{17} z_{18} z_{21} z_{22} z_{25} z_{27} = \\ f_1(z) \vee f_2(z) \vee f_3(z) \vee f_4(z) \vee f_5(z) \vee f_6(z) \vee f_7(z).$$

Из сокр. д. н. ф. следует, что при детализированном представлении выделяются семь вариантов структур, которые позволяют получить четыре элементарных управляющих воздействия (управление стабилизации $U_{ст}$, непрерывное особое управление $U_{ос}$, релейное управление U_p , управление для скользящего режима U_0).

Альтернативным вариантам соответствуют импликанты:

$f_1(z)$ – отражает вариант структуры с управлением стабилизации $U_{ст}$;

$f_2(z), f_5(z)$ – отражают варианты структуры с непрерывным особым управлением $U_{ос}$ через ф-элементы z_{12}, z_{18} , реализуемые на усилителях;

$f_3(z), f_6(z)$ – отражают варианты структуры со скользящим режимом движения по особой траектории через ф-элементы z_{12}, z_{18} ;

$f_4(z), f_7(z)$ – отражают варианты структуры с релейным управлением U_p через ф-элементы z_{12}, z_{18} .

Практический интерес представляют структуры, реализующие управление, удовлетворяющее граничным условиям, заданным на статической характеристике. Такими структурами, неявно заданными в прототипах, но полученными при детализированном представлении, являются структуры, реализующие релейное управление U_p и управление стабилизации $U_{ст}$. Следует отметить, что структура с U_p имеет ограниченное применение, так как ее можно использовать только в оптимальных задачах, когда УОП выполняются, или для некоторых граничных условий, если УОП не выполняются.

Компактное представление в виде о. ск. н. ф. множества альтернативных вариантов структуры при детализированном задании коммутаторов с использованием алгоритма A_2 и учетом уровня связей имеет вид

$$\Phi_{oc}(f(z))z_1(z_5z_6z_7z_8z_9z_{10}z_{11}z_{12}(z_4z_{23} \vee z_{24} \vee \vee z_3z_{21}z_{22}) \vee \vee z_{17}z_{18}(z_4z_{15}z_{16}z_{26} \vee \vee z_5z_6z_7z_8z_9z_{10}z_{11}z_{25}z_{27}(z_4z_{23} \vee z_{24} \vee z_3z_{21}z_{22}))),$$

другой вариант о. ск. н. ф., полученный факторизацией сокр. д. н. ф.,

$$\Phi_{oc}(f(z)) = z_1(z_5z_6z_7z_8z_9z_{10}z_{11}(z_4z_{23}z_{24} \vee z_3z_{21}z_{22})(z_{12} \vee z_{17}z_{18}z_{25}z_{27}) \vee z_4z_{15}z_{16}z_{17}z_{18}z_{26}).$$

Укрупненная структура множества вариантов структуры при детализированном представлении коммутатора в форме предварительного мультиграфа, в котором дугами обозначены реализуемые управления, показана на рис. 1.13, который получен из системы подформул для последней о. ск. н. ф.

$$\begin{aligned} \Phi_{oc}(f(z)) &= z_1 D, & B_4 &= z_3 z_{21} z_{22}, \\ D_0 &= B_1 \vee B_2, & D_2 &= z_{12} \vee B_5, \\ B_1 &= z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} D_1 D_2, & B_5 &= z_{17} z_{18} z_{25} z_{27}, \\ D_1 &= B_3 \vee z_{24} \vee B_4, & B_2 &= z_4 z_{15} z_{16} z_{17} z_{18} z_{26}; \\ B_3 &= z_4 z_{23}, \end{aligned}$$

из которой следует, что укрупненная структура для детализированного представления является переменной.

На основе построения и анализа МИС, ХБФ и ПМГ для укрупненного и детализированного представления коммутатора можно сделать следующие выводы:

1. Укрупненное представление позволяет, во-первых, выявить варианты структур, реализующие комбинации управлений, как известные из прототипов, так и новые; во-вторых, выделить постоянную укрупненную структуру устройства.

2. Детализированное представление позволяет, во-первых, выявить варианты структуры для реализации элементарных управляющих воздействий, имеющих в прототипах; во-вторых, выделить переменную укрупненную структуру устройства.

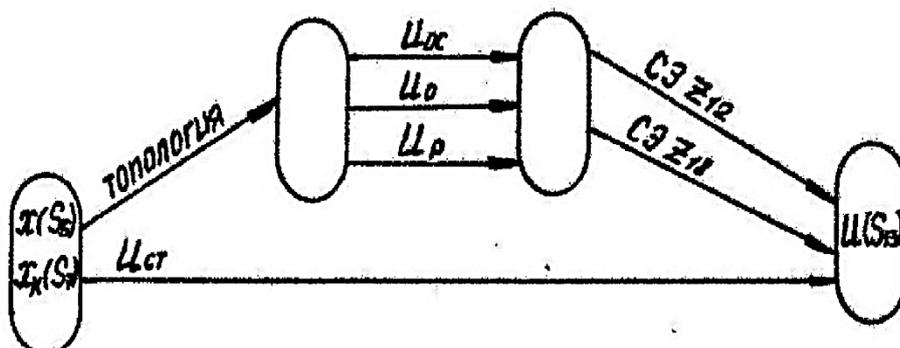


Рис. 1.13. ПМГ детализированного представления

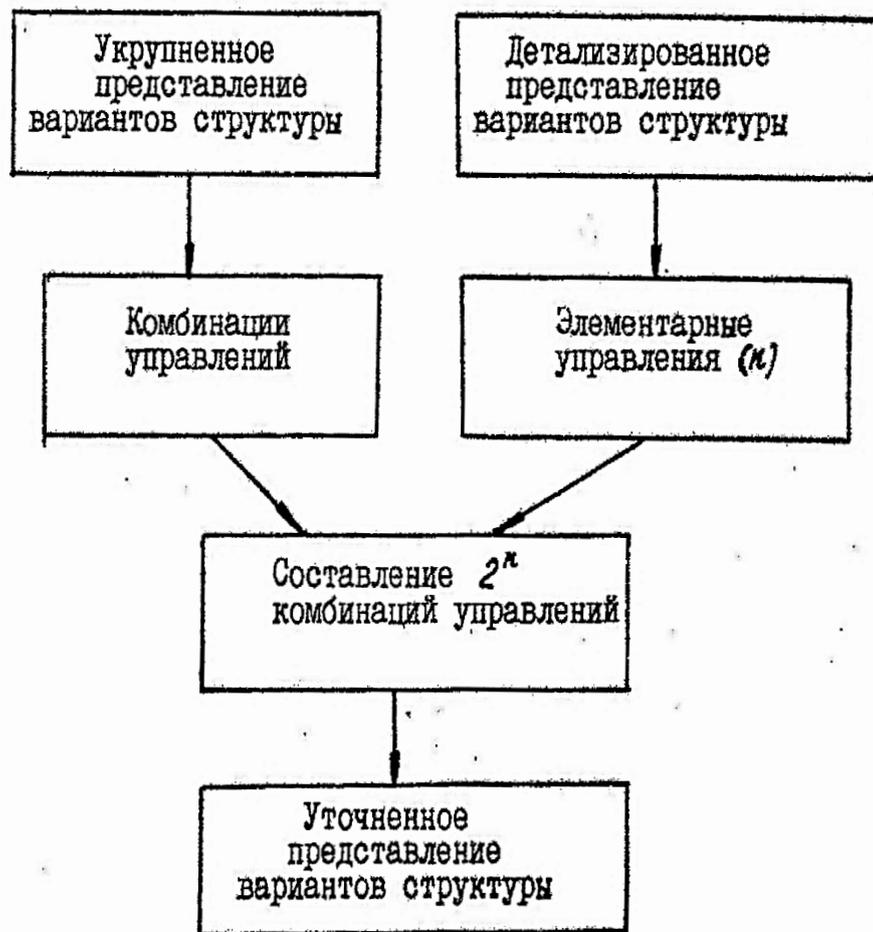


Рис. 1.14. Построение детализированного представления

3. ЛКП показал работоспособность, но не позволил выявить все правильные избыточные варианты структуры даже при использовании различных вариантов представления коммутаторов.

1.2.4.3. Уточненное представление

Для получения более полного множества альтернативных вариантов структуры с учетом всех возможных комбинаций управлений предлагается составить 2^n комбинаций элементарных управлений, выявленных детализированным представлением, где n – число элементарных управлений, и выбрать из них те, которые имеют практическое использование. Наборы элементарных управлений показаны в табл. 1.3, где двоичными переменными $\{0,1\}$ обозначено соответственно отсутствие или наличие управления в наборе управлений, + и – отмечены возможности соответственно использования или неиспользования каждого набора управлений для удовлетворения граничных условий на множестве стационарных состояний объекта в структуре управляющего устройства, которую назовем уточненной.

Комбинации управлений могут быть учтены в структуре согласно дополнению 2 к ЛКП либо введением согласующих элементов – усилителей между комбинацией управлений и управлением объектом, либо модификацией условий активизации ф-элемента на типовом элементе – усилителе дизъюнкцией используемых управлений.

Предлагаемый подход построения уточненного множества альтернативных вариантов структуры на основе укрупненного и детализированного иллюстрируется на рис. 1.14.

Таблица 1.3

Наборы комбинаций элементарных управлений

№ набора	Управляющее воздействие				Использование
	U_p	U_{oc}	U_0	$U_{ст}$	
1	0	0	0	0	–
2	0	0	0	1	+ (выявлено детализированным представлением)
3	0	0	1	0	–
4	0	0	1	1	–
5	0	1	0	0	–
6	0	1	0	1	–
7	0	1	1	0	–
8	0	1	1	1	–
9	1	0	0	0	+ (выявлено детализированным представлением)
10	1	0	0	1	+ (вводится дополнительно)
11	1	0	1	0	+ (выявлено укрупненным представлением)
12	1	0	1	1	+ (выявлено укрупненным представлением)
13	1	1	0	0	+ (выявлено укрупненным представлением)
14	1	1	0	1	+ (выявлено укрупненным представлением)
15	1	1	1	0	–
16	1	1	1	1	–

В уточненной МИС, строящейся по результатам исследования укрупненной и детализированной МИС, а также при анализе возможных комбинаций управляющих воздействий используется семь альтернативных вариантов структуры, в которых вырабатываются управления $U_p \cup U_0$, $U_p \cup U_{oc}$, $U_p \cup U_0 \cup U_{ст}$, $U_p \cup U_{oc} \cup U_{ст}$, $U_p \cup U_{ст}$, U_p , $U_{ст}$.

Уточненная МИС представлена на см. рис. 1.15. Для учета комбинаций управлений используется укрупненное представление коммутаторов. В уточненную МИС введены ф-элементы Z_{31}, Z_{32}, Z_{34} на основе усилителей для соединения управлений и их комбинаций с выходной связью устройства S_{13} , а также ф-элемент Z_{33} на основе

коммутатора для переключения управления объектом U с релейного управления U_p на управление стабилизации $U_{ст}$.

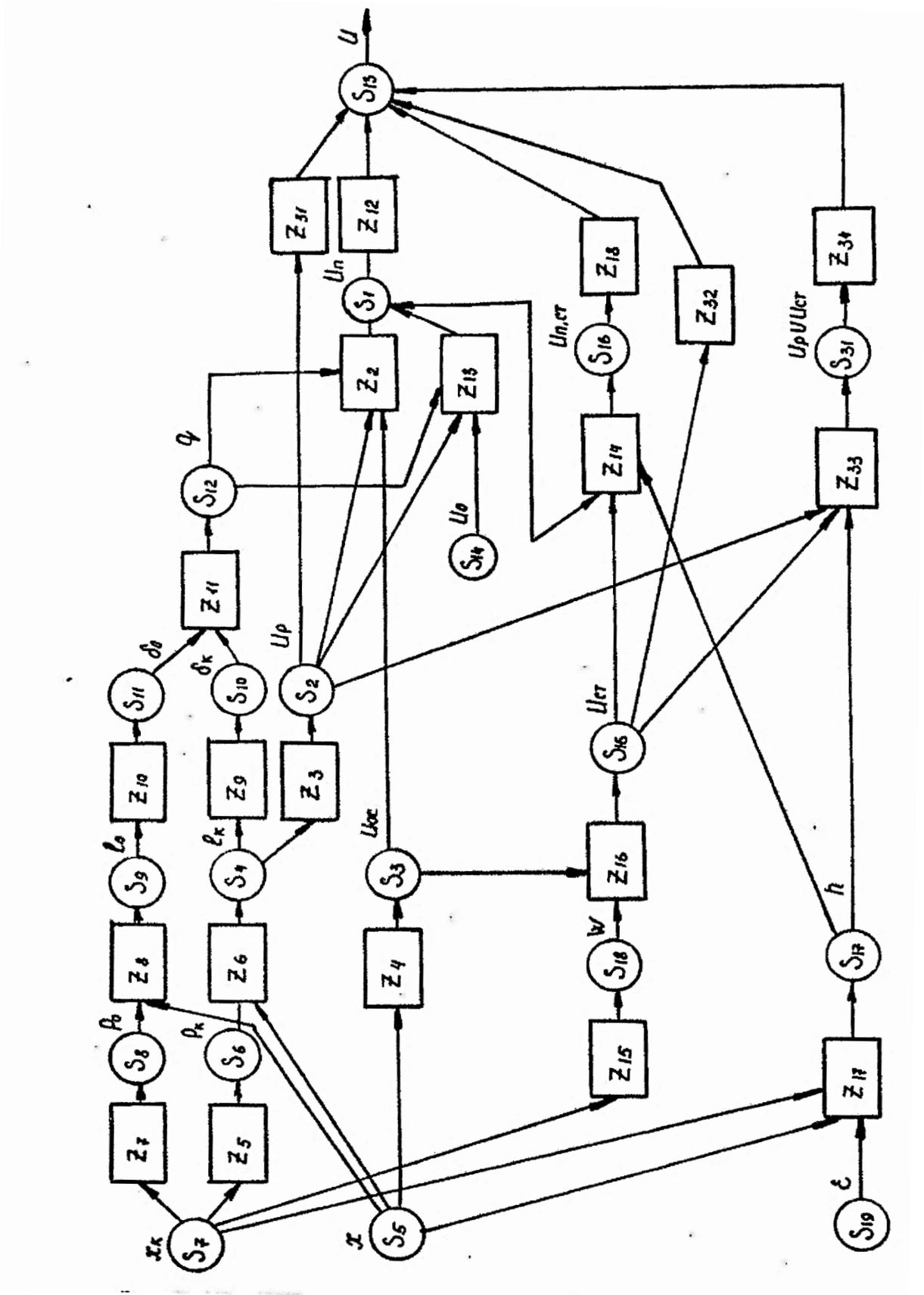


Рис. 1.15. МИС уточненного представления

Условия активизации ф-элементов и связей уточненной МИС:

$$\begin{array}{ll}
 \tilde{z}_1 \rightarrow z_1 S_5 S_7 \tilde{S}_{13}, & \tilde{S}_1 \rightarrow \tilde{z}_2 \vee \tilde{z}_{13}, \\
 \tilde{z}_2 \rightarrow z_2 S_1 \tilde{S}_2 \tilde{S}_3 \tilde{S}_{12} & \tilde{S}_2 \rightarrow \tilde{z}_3, \\
 \tilde{z}_3 \rightarrow z_3 S_2 \tilde{S}_4, & \tilde{S}_3 \rightarrow \tilde{z}_4, \\
 \tilde{z}_4 \rightarrow z_4 S_3 \tilde{S}_5, & \tilde{S}_4 \rightarrow \tilde{z}_6, \\
 \tilde{z}_5 \rightarrow z_5 S_6 \tilde{S}_7, & \tilde{S}_5 \rightarrow \tilde{z}_1, \\
 \tilde{z}_6 \rightarrow z_6 S_4 \tilde{S}_5 \tilde{S}_6, & \tilde{S}_6 \rightarrow \tilde{z}_5, \\
 \tilde{z}_7 \rightarrow z_7 S_8 \tilde{S}_7, & \tilde{S}_7 \rightarrow \tilde{z}_1, \\
 \tilde{z}_8 \rightarrow z_8 S_9 \tilde{S}_5 \tilde{S}_8, & \tilde{S}_8 \rightarrow \tilde{z}_7, \\
 \tilde{z}_9 \rightarrow z_9 S_{10} \tilde{S}_4, & \tilde{S}_9 \rightarrow \tilde{z}_8, \\
 \tilde{z}_{10} \rightarrow z_{10} S_{11} \tilde{S}_9, & \tilde{S}_{10} \rightarrow \tilde{z}_9, \\
 \tilde{z}_{11} \rightarrow z_{11} S_{12} \tilde{S}_{10} \tilde{S}_{11}, & \tilde{S}_{11} \rightarrow \tilde{z}_{10}, \\
 \tilde{z}_{12} \rightarrow z_{12} S_{13} \tilde{S}_1, & \tilde{S}_{12} \rightarrow \tilde{z}_{11}, \\
 \tilde{z}_{13} \rightarrow z_{13} S_1 \tilde{S}_2 \tilde{S}_{12} \tilde{S}_{14}, & \tilde{S}_{13} \rightarrow \tilde{z}_{12} \vee \tilde{z}_{18} \vee \tilde{z}_{31} \vee \tilde{z}_{32} \vee \tilde{z}_{34}, \\
 \tilde{z}_{15} \rightarrow z_{15} S_{18} \tilde{S}_7, & \tilde{S}_{14} \rightarrow 1, \\
 \tilde{z}_{16} \rightarrow z_{16} S_{16} \tilde{S}_3 \tilde{S}_{18}, & \tilde{S}_{15} \rightarrow \tilde{z}_{14}, \\
 \tilde{z}_{17} \rightarrow z_{17} S_{17} \tilde{S}_5 \tilde{S}_7 \tilde{S}_{19}, & \tilde{S}_{16} \rightarrow \tilde{z}_{16}, \\
 \tilde{z}_{18} \rightarrow z_{18} S_{18} \tilde{S}_{15}, & \tilde{S}_{17} \rightarrow \tilde{z}_{17}, \\
 \tilde{z}_{31} \rightarrow z_{31} S_{13} \tilde{S}_2, & \tilde{S}_{18} \rightarrow \tilde{z}_{15}, \\
 \tilde{z}_{32} \rightarrow z_{32} S_{13} \tilde{S}_{16}, & \tilde{S}_{19} \rightarrow 1, \\
 \tilde{z}_{33} \rightarrow z_{33} S_{31} \tilde{S}_2 \tilde{S}_{16} \tilde{S}_{17}, & \tilde{S}_{31} \rightarrow \tilde{z}_{33}. \\
 \tilde{z}_{34} \rightarrow z_{34} S_{13} \tilde{S}_{31}; &
 \end{array}$$

Уровни активизации связей даны в табл. 1.4.

Таблица 1.4

Уровни активизации связей

Номер уровня	Связи
0	S_5, S_7
1	$S_3, S_6, S_8, S_{17}, S_{18}$
2	S_4, S_9, S_{16}
3	S_2, S_{10}, S_{11}
4	S_{12}, S_{31}
5	S_1
6	S_{15}
7	S_{13}

Неявное представление уточненной МИС в виде о. ск. н. ф., полученное с помощью алгоритма A_2 и учета уровня связей:

$$\Phi_{oc}(f(z)) = z_1(z_3z_5z_6(z_7z_8z_9z_{10}z_{11}(z_4(z_2z_{12} \vee \vee (z_2 \vee z_{13})z_{14}z_{15}z_{16}z_{17}z_{18} \vee \vee z_{12}z_{13}) \vee z_{31} \vee z_4z_{15}z_{16}z_{17}z_{33}z_{34}) \vee z_4z_{15}z_{16}z_{32})). \quad (1-10)$$

Для явного представления множеств альтернативных вариантов сокр. д. н. ф. раскрывают скобки в о. ск. н. ф. (1-10):

$$\begin{aligned} f(z) &= z_1z_3z_5z_6z_7z_8z_9z_{10}z_{11}z_{12}z_{13} \vee z_1z_2z_3z_4z_5z_6z_7z_8z_9z_{10}z_{11}z_{12} \vee \\ &\vee z_1z_2z_3z_5z_6z_7z_8z_9z_{10}z_{11}z_{14}z_{15}z_{16}z_{17}z_{18} \vee \\ &\vee z_1z_3z_4z_5z_6z_7z_8z_9z_{10}z_{11}z_{13}z_{14}z_{15}z_{16}z_{17}z_{18} \vee z_1z_3z_5z_6z_{31} \vee \\ &\vee z_1z_3z_4z_5z_6z_{15}z_{16}z_{17}z_{33}z_{34} \vee z_1z_4z_{15}z_{16}z_{32} = \\ &= f_1(z) \vee f_2(z) \vee f_3(z) \vee f_4(z) \vee f_5(z) \vee f_6(z) \vee f_7(z). \quad (1-11) \end{aligned}$$

Сокр. д. н. ф. содержит 7 импликант, соответствующих различным управлениям и их комбинациям:

$f_1(z)$	соответствует	$U_p \cup U_o,$
$f_2(z)$	соответствует	$U_p \cup U_{oc},$
$f_3(z)$	соответствует	$U_p \cup U_{oc} \cup U_{ст},$
$f_4(z)$	соответствует	$U_p \cup U_o \cup U_{ст},$
$f_5(z)$	соответствует	$U_p,$
$f_6(z)$	соответствует	$U_p \cup U_{ст},$
$f_7(z)$	соответствует	$U_{ст}.$

Предварительный мультиграф с обозначением управлений, полученный на основе системы подформул для о. ск. н. ф. (1-10)

$$\begin{aligned} \Phi_{oc}(f(z)) &= z_1D_0, \\ D_0 &= B_1 \vee B_2, \\ B_1 &= z_3z_5z_6D_1, \\ D_1 &= B_3 \vee z_{31} \vee B_4, \\ B_3 &= z_7z_8z_9z_{10}z_{11}D_2, \\ D_2 &= B_5 \vee B_6, \\ B_5 &= z_4D_3; B_6 = z_{12}z_{13}, \\ D_3 &= B_7 \vee B_8, \\ B_7 &= z_2z_{12}, \\ B_8 &= z_{14}z_{15}z_{16}z_{17}z_{18}D_4, \\ D_4 &= z_2 \vee z_{13}, \\ B_2 &= z_4z_{15}z_{16}z_{32}, \\ B_4 &= z_4z_{15}z_{16}z_{17}z_{33}z_{34}; \end{aligned} \quad (1-12)$$

показан на см. рис. 1.16, из которого следует, что укрупненная структура уточненного представления МИС является переменной.

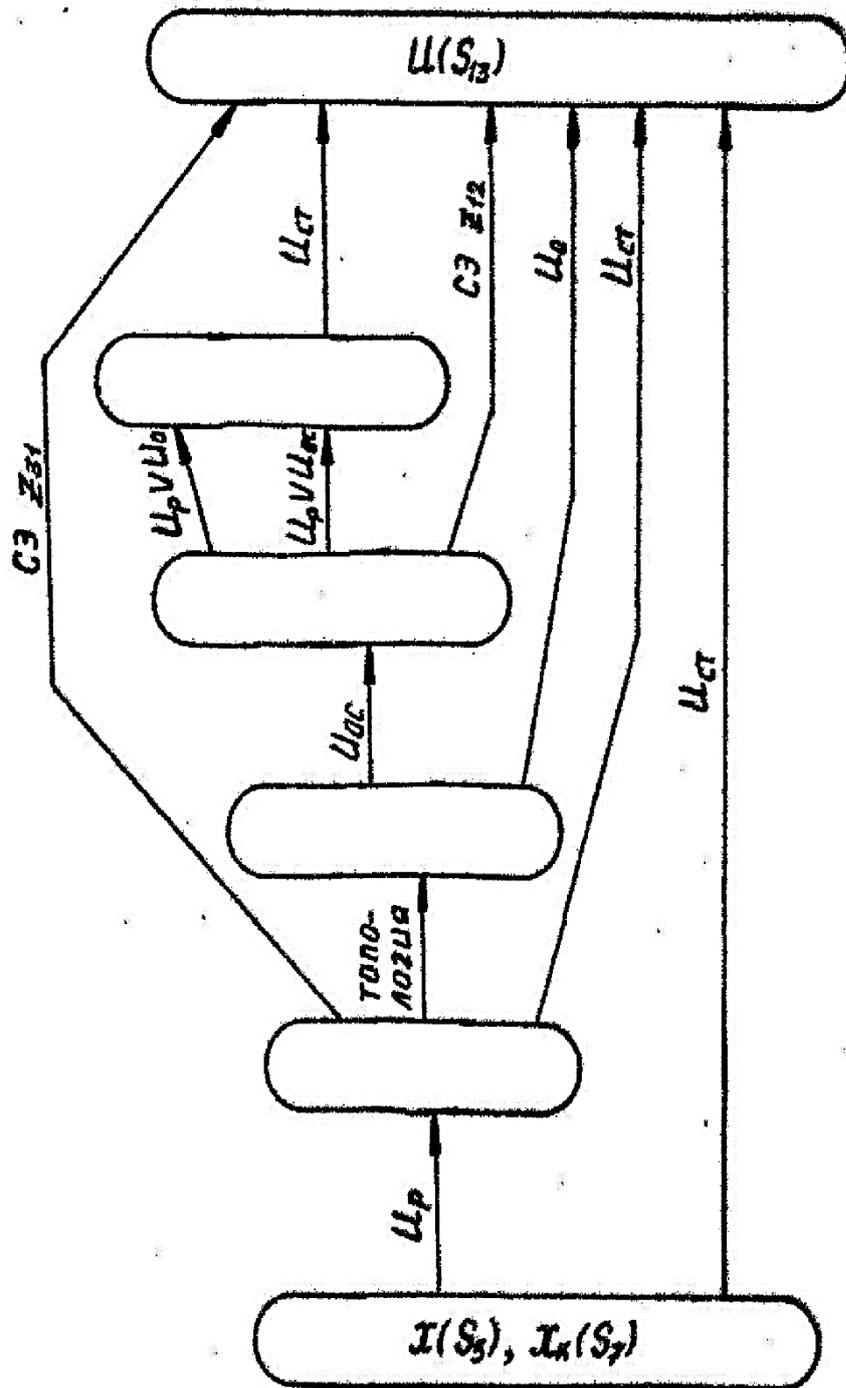


Рис. 1.16. ММГ уточненного представления

1.2.5. Построение укрупненной структуры устройства

Под укрупненной структурой устройства понимается описание устройства в терминах составляющих его функциональных блоков (ф-блоков) и основных функциональных элементов (ф-элементов). Для выделения ф-блоков и основных ф-элементов строится характеристический мультиграф уточненного представления МИС на основе системы подформулы (1-12) о. ск. н. ф. (1-10).

Для определения множества входных и выходных связей подблоков $b \in B$ и $d \in D$ используются формулы (1-6), вычисления по которым удобно представить в виде таблицы входов и выходов подблоков b и d (табл. 1.5), причем запись множеств b и d начинают с наиболее глубоко вложенных подформул. В табл. 1.5 полужирным шрифтом показаны вычитаемые связи в конъюнктивных ф-блоках b .

Таблица 1.5

Таблица входных и выходных связей ф-компонентов системы (1-12)

Ф-компоненты	Выходы	Входы
z_2	S_1	$S_2 S_3 S_{12}$
z_{13}	S_1	$S_2 S_{12}$
$d_4 = z_2 \vee z_{13}$ $b_7 = z_2 z_{12}$	S_1 $S_1 S_{13}$	$S_2 S_5 S_{12}$ $S_2 S_3 S_{12} S_1$
$b_8 = z_{14} z_{15} z_{16} z_{17} z_{18} d_4$	$S_{15} S_{18} S_{16} S_{17} S_{13} S_1$	$S_1 S_{16} S_{17} S_7 S_3 S_{18} S_5 S_{15} S_2 S_{12}$
$d_3 = b_7 \vee b_8$ $b_5 = z_4 d_3$ $b_6 = z_{13} z_{12}$	$S_1 S_{13}$ $S_3 S_1 S_{13}$ $S_1 S_{13}$	$S_2 S_3 S_{12} S_7 S_5$ $S_5 S_7 S_3 S_2 S_{12}$ $S_2 S_{12} S_1$
$d_2 = b_5 \vee b_6$ $b_3 = z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} d_2$ z_{31}	$S_1 S_{13}$ $S_8 S_9 S_{10} S_{11} S_{12} S_1 S_{13}$ S_{13}	$S_5 S_7 S_2 S_{12}$ $S_5 S_7 S_8 S_4 S_9 S_{10} S_{11} S_2 S_{12}$ S_2
$b_4 = z_{14} z_{15} z_{16} z_{17} z_{33} z_{34}$	$S_3 S_{18} S_{16} S_{17} S_{31} S_{13}$	$S_5 S_7 S_{18} S_3 S_2 S_{16} S_{17} S_{31}$
$d_1 = b_3 \vee z_{31} \vee b_4$ $b_1 = z_3 z_5 z_6 d_1$ $b_2 = z_4 z_{15} z_{16} z_{32}$	S_{13} $S_2 S_6 S_4 S_{13}$ $S_3 S_{18} S_{16} S_{13}$	$S_5 S_7 S_2 S_4$ $S_4 S_7 S_5 S_6 S_2$ $S_5 S_7 S_3 S_{18} S_{16}$
$d_0 = b_1 \vee b_2$	S_{13}	$S_5 S_7$

На основе таблицы входных и выходных связей ф-блоков и их стыковки строится характеристический мультиграф, показанный на см. рис. 1.17. При построении характеристического мультиграфа запись связей в вершинах производится по правилу: для дизъюнктивных ф-блоков d используются полностью входные и выходные связи, полученные в табл. 1.5, для конъюнктивных ф-блоков b во входной вершине записываются все входные связи, в выходной вершине записывается конечная связь, получаемая этим ф-блоком.

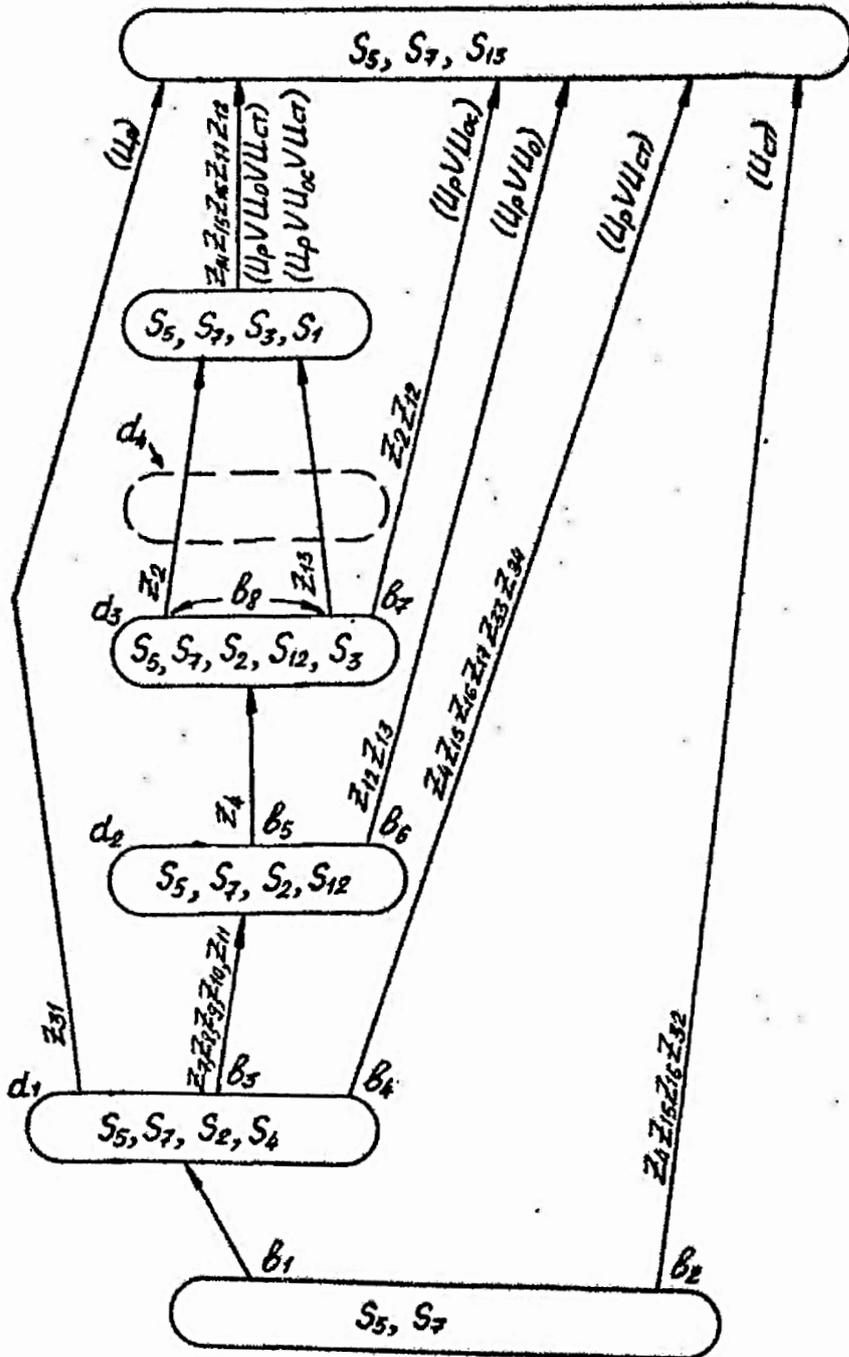


Рис. 1.17. ХМГ уточненного представления

По характеристическому мультиграфу можно более систематизированно, чем по альтернативному И-ИЛИ-графу, проследить структуры управляющего устройства при различных алгоритмах функционирования, например, при отсутствии особого режима исключается конъюнктивный ф-блок b_3 , при отсутствии управления стабилизации исключаются ф-блоки b_2 и b_8 и т. д.

Введем обозначение ф-блоков и основных ф-элементов, являющихся дугами характеристического мультиграфа:

$Z_3 Z_5 Z_6$ – блок формирования релейного управления БРУ,
 Z_4 – блок формирования особого управления БОУ,
 $Z_7 Z_8 Z_9 Z_{10} Z_{11}$ – блок топологии БТ,
 Z_{13} – блок формирования скользящего режима БСР,
 $Z_{15} Z_{16}$ – блок формирования управления стабилизации БС,
 $Z_2, Z_{13}, Z_{14}, Z_{33}$ – коммутаторы К,
 $Z_{12}, Z_{18}, Z_{31}, Z_{32}, Z_{34}$ – усилители У,
 Z_{17} – компаратор (схема сравнения) СС,
 использование которых позволяет перейти к укрупненной структурной схеме устройства (рис. 1.18).

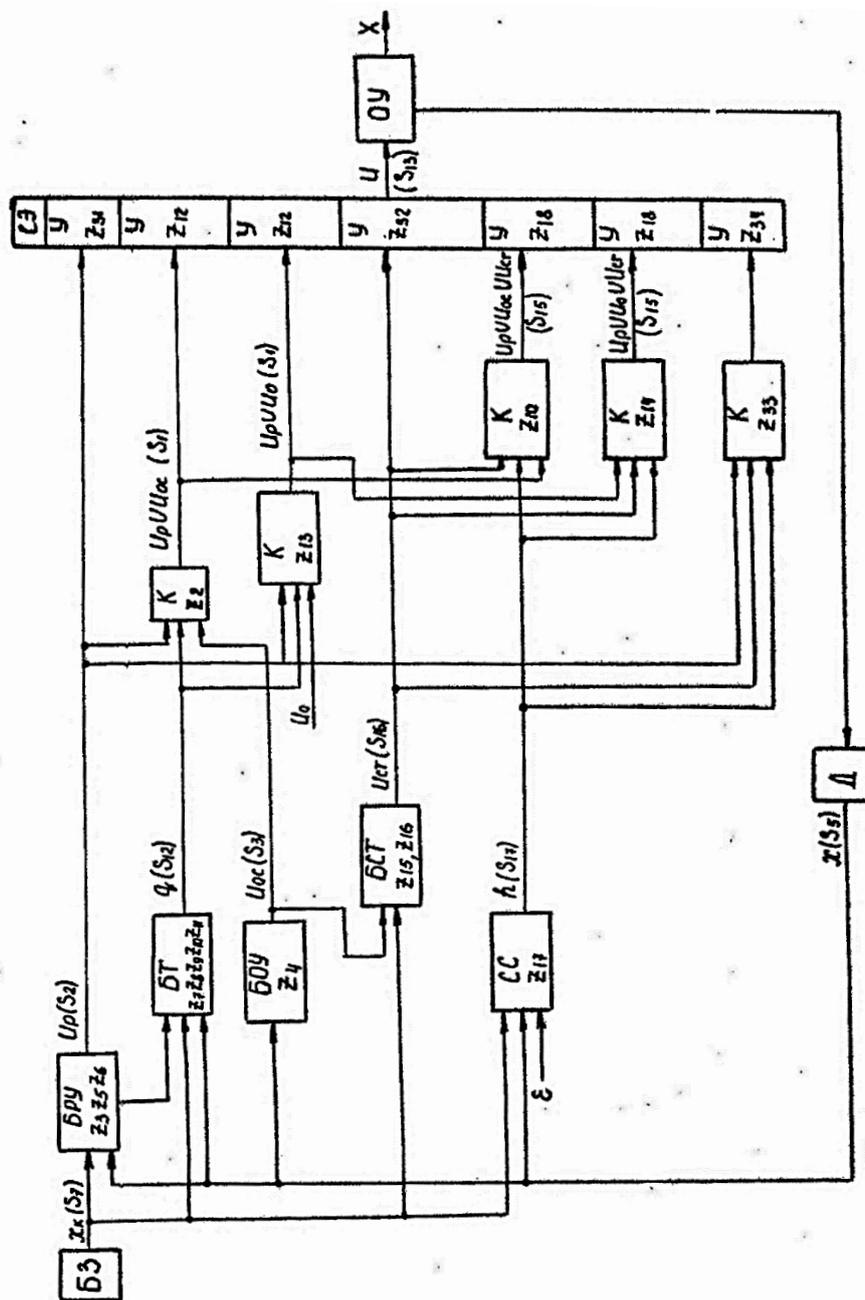


Рис. 1.18. Укрупненная структурная схема оптимальной системы

Можно показать, что, хотя укрупненная структурная схема (рис. 1.18) с различными алгоритмами функционирования получена для одного варианта о. ск. н. ф., тем не менее она сохраняется и при других вариантах о. ск. н. ф. со своими характеристическими мультиграфами, так как в различных вариантах о. ск. н. ф. сохраняются укрупненные ф-блоки и основные элементы. Например, факторизацией сокр. д. н. ф. (1-11) уточненной МИС можно получить о. ск. н. ф.

$$\Phi_{oc}(f(z)) = z_1(z_3z_5z_6(z_{31} \vee z_7z_8z_9z_{10}z_{11}z_{12}(z_{13} \vee z_2z_4)) \vee (1-13) \\ \vee z_4z_{15}z_{16}(z_{32} \vee z_3z_5z_6z_{17}(z_{33}z_{34} \vee z_7z_8z_9z_{10}z_{11}z_{14}z_{18}(z_2 \vee z_{13}))).$$

Проведем построение укрупненной структурной схемы для о. ск. н. ф. (1-13) в такой последовательности:

– Построение системы подформул и предварительного мультиграфа в обозначениях управлений (рис. 1.19):

$$\begin{aligned} \Phi_{oc}(f(z)) &= z_1D_0, \\ D_0 &= B_1 \vee B_2, \\ B_1 &= z_3z_5z_6D_1, \\ D_1 &= z_{31} \vee B_3, \\ B_3 &= z_7z_8z_9z_{10}z_{11}z_{12}D_2, \\ D_2 &= z_{13} \vee B_4, \\ B_4 &= z_2z_4, \\ B_2 &= z_4z_{15}z_{16}D_3, \\ D_3 &= z_{32} \vee B_5, \\ B_5 &= z_3z_5z_6z_{17}D_4, \\ D_4 &= B_6 \vee B_7, \\ B_6 &= z_{33}z_{34}, \\ B_7 &= z_7z_8z_9z_{10}z_{11}z_{14}z_{18}D_5, \\ D_5 &= z_2 \vee z_{13}; \end{aligned} \tag{1-14}$$

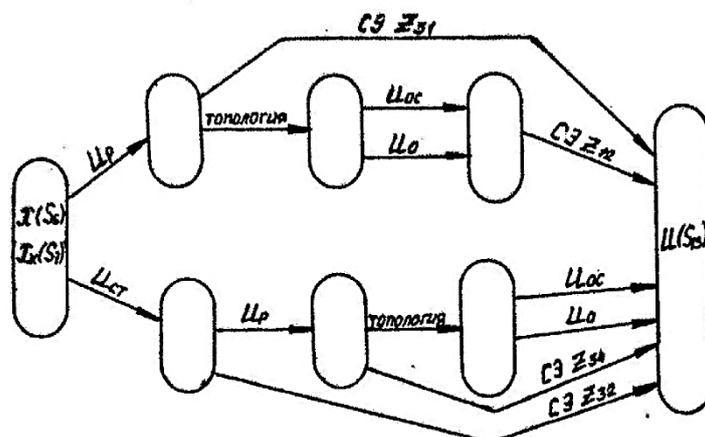


Рис. 1.19. ПМГ уточненного представления

– Построение таблицы входных и выходных связей ф-блоков и основных ф-элементов (табл. 1.6):

Таблица 1.6

Таблица входных и выходных связей ф-компонентов системы (1-14)

Ф-компоненты	Выходы	Входы
z_2	S_1	$S_2 S_3 S_{12}$
z_{13}	S_1	$S_2 S_{12}$
$d_5 = z_2 \vee z_{13}$	S_1	$S_2 S_3 S_{12}$
$b_7 = z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{14} z_{18} d_5$	$S_8 S_9 S_{10} S_{11} S_{12}$	$S_7 S_8 S_5 S_4 S_9 S_{10} S_{11} S_1$
$b_6 = z_{33} z_{34}$	$S_{15} S_{13} S_1$	$S_{16} S_{17} S_{15} S_2 S_3 S_{12}$
$d_4 = b_7 \vee b_6$	$S_{31} S_{13}$	$S_2 S_{16} S_{17} S_{31}$
$b_5 = z_3 z_5 z_6 z_{17} d_4$	S_{13}	$S_2 S_3 S_4 S_5 S_7 S_{16} S_{17}$
z_{32}	$S_2 S_6 S_9 S_{17} S_{13}$	$S_4 S_6 S_5 S_7 S_2 S_3 S_4 S_{16} S_{17}$
$d_3 = b_5 \vee z_{32}$	S_{13}	S_{16}
$b_4 = z_4 z_2$	S_{13}	$S_3 S_5 S_7 S_{16}$
z_{13}	$S_3 S_1$	$S_5 S_2 S_3 S_{12}$
$d_2 = z_{13} \vee b_4$	S_1	$S_2 S_{12}$
$b_3 = z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{12} d_2$	S_1	$S_2 S_5 S_{12}$
z_{31}	$S_8 S_9 S_{10} S_{11} S_{12}$	$S_7 S_8 S_5 S_4 S_9 S_{10} S_{11} S_1$
$d_1 = z_{31} \vee b_3$	$S_{13} S_1$	$S_2 S_{12}$
$b_1 = z_3 z_5 z_6 d_1$	S_{13}	S_2
$b_2 = z_4 z_{15} z_{16} d_3$	S_{13}	$S_2 S_4 S_5 S_7$
$d_0 = b_1 \vee b_2$	$S_2 S_6 S_4 S_{13}$	$S_4 S_6 S_5 S_7 S_2$
	$S_3 S_{18} S_{16} S_{13}$	$S_5 S_7 S_3 S_{18} S_{16}$
	S_{13}	$S_5 S_7$

– Построение характеристического мультиграфа (см. рис. 1.20).

Конечные результаты следующих этапов построения укрупненной структурной схемы:

– введение обозначений ф-блоков и основных ф-элементов,

– построение укрупненной структурной схемы, не отличаются от результатов для о. ск. н. ф. вида (1-10), хотя построение укрупненной структуры для о. ск. н. ф. (1-12) имеет большие трудности, чем для о. ск. н. ф. (1-9).

Последовательность этапов построения укрупненной структурной схемы устройства в основном соответствует используемой в ЛКП (см. рис. 1.2), однако в данной работе введен дополнительный этап построения предварительных мультиграфов (см. рис. 1.11, 1.13, 1.16, 1.19) перед этапом определения входных и выходных связей ф-компонентов b и d , что позволяет в терминах реализуемых управ-

лений физически объяснить и систематизировать структуру, а также облегчить построение характеристического мультиграфа.

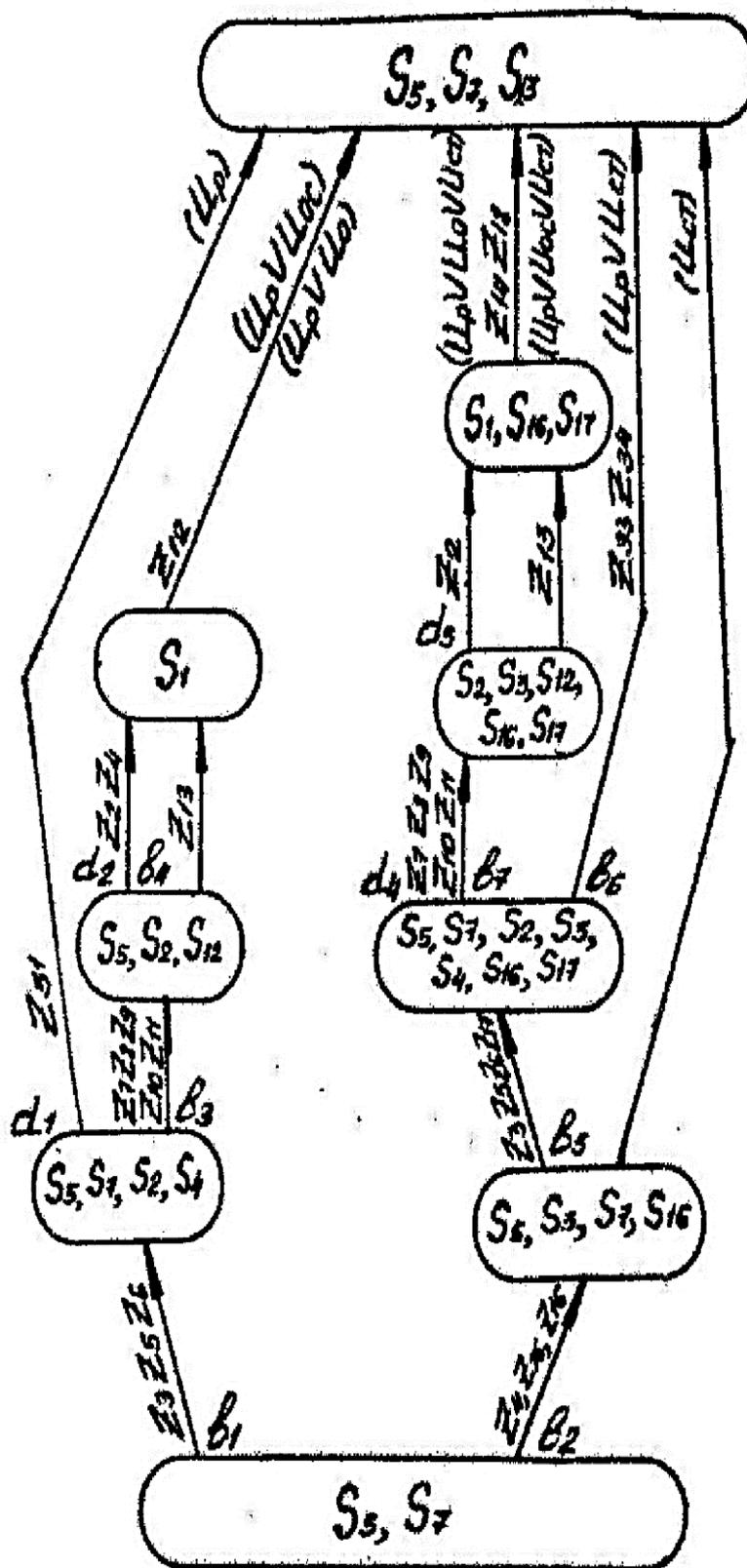


Рис. 1.20. ХМГ уточненного представления

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1

1. Показана применимость ЛКП к построению альтернативных вариантов структур УУ оптимальных систем на основе закона функционирования оптимальной системы, заданного топологической картиной оптимальных траекторий и управляющими воздействиями в подпространствах топологической картины.

2. Приведена методика представления структур УУ оптимальных систем, которая может быть распространена на более широкий класс управляющих устройств систем с переменной структурой, позволяющей формализовать процедуру построения вариантов структуры в форме альтернативного И-ИЛИ-графа и представить характеристической булевой функцией с явной записью в сокр. д. н. ф. или с неявной записью в о. ск. н. ф. правильные, неизбыточные варианты структур УУ, в том числе новые, не известные из прототипов варианты структуры с соответствующими новыми управляющими последовательностями.

3. Показаны способы укрупненного и детализированного представления коммутирующих элементов для построения соответствующих альтернативных вариантов структуры, а также способ уточненного представления максимально избыточной структуры путем комбинирования элементарных управлений, выявленных детализированным представлением структуры.

4. Показаны способы расширения множества альтернативных вариантов структуры за счет включения согласующих элементов на выходе управляющего устройства или путем модификации условий активизации функциональных элементов.

5. Введение дополнительного этапа построения предварительного мультиграфа позволяет в терминах реализуемых управлений физически объяснить и систематизировать структуру, облегчить построения характеристического мультиграфа и укрупненной структурной схемы устройства.

6. Полученные результаты являются развитием ЛКП по решению проблем, во-первых, разработки принципов и процедур формирования исходного набора компонентов структуры и правил их комбинирования, во-вторых, создания рабочих методик по применению ЛКП к отдельным классам проектируемых объектов, в данном случае управляющих устройств оптимальных систем.

2. ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУР УСТРОЙСТВ

2.1. Критерии оптимальности вариантов структур

2.1.1. Постановка задачи

Задача выбора лучшего альтернативного варианта структуры управляющего устройства оптимальной системы является задачей многокритериальной (векторной) оптимизации общего критерия I , которая обычно [5] сводится к однокритериальной путем свертки частных критериев I_i , $i = \overline{1, n}$ в один общий. Каждый показатель I_i варианта структуры зависит, во-первых, от набора параметров элементов структуры $z \in Z$, составляющих вариант структуры из множества альтернативных вариантов структуры [4], во-вторых, от параметров функционирования структуры в целом [1, 23]. В задаче выбора можно выделить две группы критериев оптимальной структуры, что иллюстрирует рис. 2.1: по сложности реализации альтернативных вариантов [4] и по эффективности управления [1, 23], реализуемого вариантом структуры.



Рис. 2.1. Классификация критериев оптимальности структур

Первая группа – это критерии оптимальности структуры УУ по сложности реализации альтернативных вариантов, учитывающие количество разнообразия элементов, составляющих структуру и связан-

ных с этим материальных и энергетических затрат для технической реализации УУ; назовем критерии этой группы критериями сложности структуры. Эти критерии характеризуют одноименные показатели как отдельных элементов структуры, так и всей структуры в целом: объем, масса, габариты, потребляемая мощность, интенсивность отказов, стоимость для класса аппаратной реализации устройства или длина программы, объем вычислений, время выполнения программы для класса программной реализации структуры устройства. На численную характеристику этого критерия также влияют затраты по внедрению и эксплуатации варианта структуры.

Вторая группа – критерии оптимальности структуры УУ по эффективности управления, реализуемого альтернативным вариантом структуры, назовем критерии этой группы в соответствии с рекомендациями [23] критериями эффективности структуры. Эти критерии характеризуют качество функционирования оптимальной системы, состоящей из управляющего устройства и объекта управления в целом, и принимают конкретные значения по временным, материальным, энергетическим затратам в зависимости от вырабатываемых УУ управляющих воздействий. Иногда критерий эффективности структуры может иметь качественный характер, например обеспечение УУ асимптотической устойчивости конечного состояния объекта управления.

Далее рассматриваются формализованные процедуры решения оптимизационных задач выбора альтернативного варианта по сложности реализации структуры, а также задач векторной оптимизации вариантов структур по критериям сложности и эффективности структуры.

2.1.2. Оценки сложности реализации

Оптимизация структуры по сложности реализации базируется на количественной оценке составляющих структуру функциональных элементов $z \in Z$, полученной по шкалам отношений или интервалов соответственно с учетом того, во сколько или на сколько увеличится или уменьшится относительная сложность технической реализации типового элемента $a \in A$, на основе которого выполнен ϕ -элемент, причем для ϕ -элементов, реализуемых одним и тем же типовым элементом, вводится одинаковая оценка. Для типовых элементов, которые присутствуют во всех вариантах структур, для упрощения расчетов оценка принимается равной нулю. Тогда критерий сложности будет давать относительную оценку количества разнообразий варианта структуры и связанных с этим затрат.

На основе абсолютных оценок Φ -элементов $I(z_i)$ для целей сравнительного анализа и использования методов оптимизации вводятся относительные нормализованные оценки Φ -элементов $p(z_i)$, причем нормализация проведена по условию, что сумма нормализованных весов всех Φ -элементов структуры равна 1, для чего нормализованные веса вычисляются по формуле

$$p_k(z_i) = \frac{I_k(z_i)}{\sum_{k=0}^m I_k(z_i) * |a_k|},$$

$$\sum_{k=0}^m p_k(z_i) * |a_k| = 1, \quad (2-1)$$

где $p_k(z_i)$ – нормализованный вес Φ -элемента z_i , реализуемого на k -том типовом элементе a_k ;

$I_k(z_i)$ – абсолютный вес Φ -элемента z_i , реализуемого на k -том типовом элементе a_k ;

$|a_k|$ – число Φ -элементов, реализуемых на k -том типовом элементе a_k ;

m – число типовых элементов в множестве альтернативных вариантов структур;

a_0 – типовой элемент «внешняя среда».

Пусть для множества альтернативных вариантов структуры управляющего устройства оптимальной системы имеется исходное представление структуры в виде альтернативного И-ИЛИ-графа (см. рис. 1.15).

При аппаратной реализации [27, 28] устройства для получения абсолютных оценок типовых элементов необходимо учесть сложность разработки принципиальной схемы элемента, объем расчетов, потребляемую мощность, число корпусов интегральных микросхем и навесных элементов и их стоимость. В табл. 2.1 указаны количественные оценки типовых и соответствующих Φ -элементов при аппаратной реализации УУ со структурой см. рис. 1.15.

Таблица 2.1

Абсолютные и нормализованные оценки элементов при аппаратной реализации

№ п/п	Типовой элемент a_k	Φ -элемент z_i	Абс. оценка $I_k(z_i)$	Норм. оценка $p_k(z_i)$
1	a_0 – внешняя среда	z_1	0	0
2	a_1 – коммутатор	$z_2, z_{13}, z_{14}, z_{33}$	1	0,02
3	a_2 – релейный элемент	z_3	1	0,02
4	a_3 – функциональный преобразователь	z_4, z_6, z_8	5	0,11

Окончание табл. 2.1.

№ п/п	Типовой элемент a_k	Ф-элемент z_i	Абс. оценка $I_k(z_i)$	Норм. оценка $p_k(z_i)$
5	a_4 – запоминающий элемент	z_5, z_7, z_{15}	7	0,15
6	a_5 – компаратор	z_9, z_{10}, z_{17}	1	0,02
7	a_6 – логический элемент	z_{11}	2	0,05
8	a_7 – усилитель	$z_{12}, z_{18}, z_{31}, z_{32}, z_{34}$	0	0
9	a_8 – сумматор	z_{16}	1	0,02

При программной реализации [16, 24] устройства для получения оценок элементов учитываются затраты на математическое, программное и техническое обеспечение, а также длина программы, объем вычислений, время выполнения программы. Полученные оценки для структуры см. рис. 1.15 приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

**Абсолютные и нормализованные оценки элементов
при программной реализации**

№ п/п	Типовой элемент a_k	Ф-элемент z_i	Абс. оценка $I_k(z_i)$	Норм. оценка $p_k(z_i)$
1	a_0 – внешняя среда	z_1	0	0
2	a_1 – коммутатор	$z_2, z_{13}, z_{14}, z_{33}$	3	0,04
3	a_2 – релейный элемент	z_5	2	0,02
4	a_3 – функциональный преобразователь	z_4, z_6, z_8	9	0,13
5	a_4 – запоминающий элемент	z_5, z_7, z_{15}	7	0,1
6	a_5 – компаратор	z_9, z_{10}, z_{17}	1	0,01
7	a_6 – логический элемент	z_{11}	5	0,07
8	a_7 – усилитель	$z_{12}, z_{18}, z_{31}, z_{32}, z_{34}$	0	0
9	a_8 – сумматор	z_{16}	3	0,03

2.1.3. Универсальные варианты структуры

Некоторые из альтернативных вариантов структур управляющих устройств, полученные на основе логико-комбинаторного подхода в первой главе, имеют ограниченное применение и не могут быть использованы с учетом общих свойств оптимального управления нелинейными объектами для выполнения произвольных граничных условий. Поэтому вводится понятие об универсальности альтернативных вариантов структур. Так, вариант структуры, реализующий только релейное управление U_p , имеет ограниченное применение и может

быть использован, когда условия общности положения (УОП) для нелинейных объектов [22, 32] выполняются ($\det D = \text{const} \neq 0$), либо когда УОП тождественно не выполняются и оптимальное управление не единственно ($\det D \equiv 0$), либо только для некоторых граничных условий, когда УОП не выполняется ($\det D = F(x, U) = 0$).

Для выявления множества альтернативных универсальных вариантов структур УУ построим табл. 2.3, в которой для каждого варианта из всего множества альтернативных, используемых при уточненном представлении вариантов структуры (см. п. 1.2.4.3), указаны возможности использования данной структуры для удовлетворения произвольных граничных условий в зависимости от выполнения УОП.

По наибольшему числу использований при различном выполнении УОП к универсальным альтернативным вариантам относятся пять вариантов структур, реализующих управления

$$U_{\text{ст}}, U_p \cup U_0, U_p \cup U_{\text{ос}}, U_p \cup U_0 \cup U_{\text{ст}}, U_p \cup U_{\text{ос}} \cup U_{\text{ст}}.$$

Таблица 2.3

Выявление универсальных вариантов структуры по выполнению УОП

№ п/п	Структура (реализуемое управление)	Выполнение УОП			Число использований
		$\det D = \text{const} \neq 0$	$\det D = F(x, U) = 0$	$\det D \equiv 0$	
1	$U_{\text{ст}}$	+	+	+	3
2	U_p	+	-	+	2
3	$U_p \cup U_{\text{ст}}$	+	-	+	2
4	$U_p \cup U_0$	+	+	+	3
5	$U_p \cup U_{\text{ос}}$	+	+	+	3
6	$U_p \cup U_0 \cup U_{\text{ос}}$	+	+	+	3
7	$U_p \cup U_{\text{ос}} \cup U_{\text{ст}}$	+	+	+	3

2.1.4. Оценки эффективности управления

В качестве критериев эффективности управления, реализуемого вариантом структуры УУ, рассматриваются следующие:

- быстродействия, обозначим критерий через I_1 ;
- минимум материальных и энергетических затрат (I_2);
- обеспечения асимптотической устойчивости конечного состояния объекта управления (I_3).

Для критериев I_1 и I_2 на основе численного расчета оптимальной системы, ее экспериментального исследования или с помощью экспертных оценок по шкалам отношений и интервалов получим абсолютные I_{ij} и нормализованные p_{ij} по условию

$$p_{ij} = \frac{I_{ij}}{\sum_{j=1}^M I_{ij}}, \sum_{j=1}^M p_{ij} = 1, \quad (2-2)$$

для каждого критерия $i = \overline{1,2}$ оценки для каждого j -того, $j = \overline{1,5}$ универсального варианта структуры, которые приведены в табл. 2.4 и 2.5.

Таблица 2.4

Абсолютные и нормализованные оценки универсальных структур по критерию быстродействия I_1

№ п/п	Структура (j) (реализуемое управление)	Абс. оценка I_{1j}	Норм. оценка p_{1j}
1	$U_{ст}$	2,0	0,294
2	$U_p \cup U_0$	1,3	0,191
3	$U_p \cup U_{oc}$	1,0	0,147
4	$U_p \cup U_0 \cup U_{oc}$	1,4	0,206
5	$U_p \cup U_{oc} \cup U_{ст}$	1,1	0,162

Таблица 2.5

Абсолютные и нормализованные оценки универсальных структур по критерию минимума ресурсов I_2

№ п/п	Структура (j) (реализуемое управление)	Абс. оценка I_{2j}	Норм. оценка p_{2j}
1	$U_{ст}$	1,5	0,238
2	$U_p \cup U_0$	1,3	0,206
3	$U_p \cup U_{oc}$	1,0	0,159
4	$U_p \cup U_0 \cup U_{oc}$	1,4	0,223
5	$U_p \cup U_{oc} \cup U_{ст}$	1,1	0,174

Что касается критерия эффективности управления I_3 , учитывающего стабилизацию объекта с минимумом отклонений от требуемого конечного состояния, то этот критерий является скорее качественным, чем количественным, и может характеризоваться двумя значениями: $I_3 = 0$ (есть асимптотическая устойчивость), $I_3 = 1$ (нет асимптотической устойчивости). Однако при таких значениях невозможно использовать некоторые формализованные методы векторной оптимизации, например, когда учитываются относительные отклонения частных критериев. Поэтому, чтобы использовать формализованные процедуры, присвоим критерию I_3 абсолютную оценку $I_3 = 0,1$ при наличии асимптотической устойчивости конечного состояния и $I_3 = 0,9$ при устойчивости в виде предельного цикла конечного состояния. Соответствующие абсолютные и нормализованные оценки универсальных вариантов структур приведены в табл. 2.6.

**Абсолютные и нормализованные оценки универсальных структур
по критерию стабилизации конечного состояния I_3**

№ п/п	Структура (j) (реализуемое управление)	Абс. оценка I_{3j}	Норм. оценка p_{3j}
1	$U_{ст}$	0,1	0,047
2	$U_p \cup U_0$	0,9	0,431
3	$U_p \cup U_{oc}$	0,9	0,428
4	$U_p \cup U_0 \cup U_{oc}$	0,1	0,047
5	$U_p \cup U_{oc} \cup U_{ст}$	0,1	0,047

Отметим, что критерий универсальности варианта структуры, определяющего реализацию в структуре общих или частных свойств оптимального управления или удовлетворения произвольных или ограниченных граничных условий, носит также качественный характер и для него, как и для критерия стабилизации I_3 , могут быть приняты или качественные оценки из множества $\{0, 1\}$, или количественные оценки критерия для всего множества альтернативных вариантов структуры.

2.2. Оптимизация структур по сложности

2.2.1. Однокритериальная оптимизация по сложности

Задачу однокритериальной оптимизации по критерию сложности структуры с показателем I можно рассматривать как задачу отыскания варианта структуры $c^* \in M$ с набором параметров X_{c^*} элементов $z \in Z$, поставляющего минимальное значение целевой функции $I(c) = f(X_c), I(c^*) = \min_c f(X_{c^*})$, причем на вектор параметров X_c могут накладываться ограничения, вытекающие из физических или других законов и определяющие область Ω_c допустимых значений X_c , на показатель $I(c)$ также может накладываться ограничение $I(c) \in \Omega_I$ [4].

В случае, когда наборы параметров X_c фиксированы и аддитивны, для решения задачи оптимизации структуры по сложности реализации могут применяться следующие методы [4], классификация которых приведена на рис. 2.2:

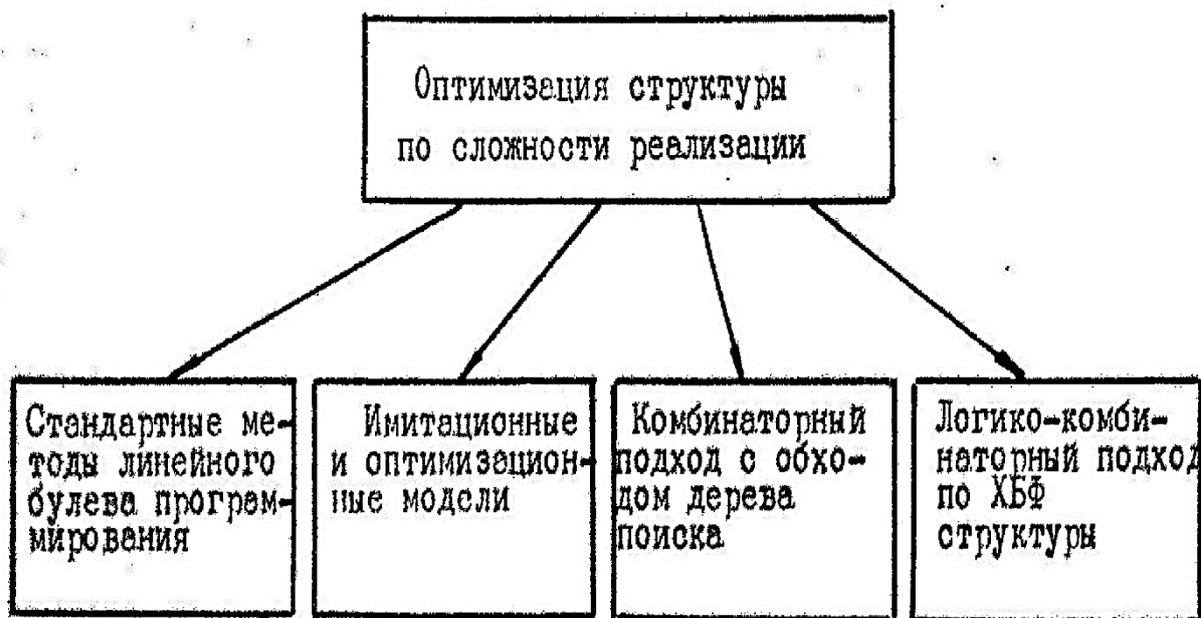


Рис. 2.2. Классификация методов оптимизации структур по сложности

1) стандартные методы линейного булева программирования, используемые в [30] для синтеза структур сложных систем. Недостатки этого подхода: в записи булевых ограничений теряется физический смысл задачи, громоздкость и сложность вычислений;

2) построения имитационных и оптимизационных моделей [30], использующие для целей анализа вариантов структуры алгоритма типа «ветвей и границ». Недостаток – вычислительные трудности при синтезе структуры;

3) комбинаторный поиск на основе построения полного или усеченного дерева поиска [25], который используется для оптимизации структуры по обходу дерева поиска. Недостаток – большой объем вычислений;

4) логико-комбинаторный подход (ЛКП) с использованием представления вариантов структуры в виде характеристической булевой функции (ХБФ) [4], при котором для нахождения веса показателя сложности варианта структуры достаточно в ХБФ заменить булеву переменную имеющегося в структуре элемента z_l на вес этого элемента $p(z_l)$, операцию конъюнкции – на арифметическое суммирование, операцию дизъюнкции – на взятие минимума в получаемой основе ХБФ арифметической суммы с переменными $p(z_l)$.

Подробнее остановимся на рассмотрении эквивалентности преобразования ХБФ к задаче минимизации арифметической суммы [4]. Обозначим через $\{\Phi_z\}$ множество правильно построенных ХБФ в ал-

фавите $z \cup \{v, \&, (,)\}$. Кроме того, введем множество $\{\Phi_p\}$ правильно построенных формул в алфавите $p(z) \cup \{min, +, (,)\}$, где $p(z)$ – множество выражений вида $p(z_l)$, обозначающих аддитивный показатель оценки l -го элемента.

Множество $\{\Phi_z\}$ изоморфно $\{\Phi_p\}$ в соответствии с взаимно однозначным отображением $\varphi(\Phi_z) = \Phi_p$, где $\Phi_z \in \{\Phi_z\}$ и $\Phi_p \in \{\Phi_p\}$ относительно следующих соответствий между правилами эквивалентных преобразований формул из множеств $\{\Phi_z\}$ и $\{\Phi_p\}$:

1) соответствия правила раскрытия скобок в формулах на основе дистрибутивности конъюнкции относительно дизъюнкции

$$A \& (B \vee C) = A \& B \vee A \& C$$

правилу раскрытия скобок в формулах $\{\Phi_p\}$ на основе дистрибутивности арифметической суммы относительно операции взятия минимума

$$p(A) + \min\{p(B), p(C)\} = \min\{p(A) + p(B), p(A) + p(C)\};$$

2) соответствия правил удаления лишних скобок, например, правило $(A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$ соответствует правилу

$$\min\{\min\{p(A), p(B)\}, p(C)\} = \min\{p(A), p(B), p(C)\}.$$

Достоинства метода оптимизации структуры по сложности с применением ЛКП: простота перехода от ХБФ к минимизации арифметической суммы на основе изоморфизма $z_l \rightarrow p(z_l)$, $\& \rightarrow +$, $\vee \rightarrow \min$, а также наглядность, возможность использования ЭВМ – определяют его применение в данной работе.

Переход от ХБФ к операции взятия минимума от арифметической суммы возможен для различных видов ХБФ:

- сокр. д. н. ф., дающей явное представление вариантов структуры;
- о. ск. н. ф., дающей неявное, но компактное представление вариантов структуры;
- системы подформулы о. ск. н. ф., дающей укрупненное, систематизированное представление вариантов структуры.

Проведем сравнительный анализ применения различных видов ХБФ для оптимизации вариантов структуры УУ, альтернативный И-ИЛИ-граф, который приведен на рис. 1.15, а выражения для сокр. д. н. ф., о. ск. н. ф. и системы подформулы о. ск. н. ф. соответствуют (1-11), (1-10) и (1-12). Оптимизацию проведем по критерию аппаратной реализации, который обозначим через I_4 , на основе приведенных в табл. 2.1 значений нормализованных оценок ф-элементов структуры.

Для наглядности процедуры оптимизации перепишем выражения ХБФ.

Сокр. д. н. ф., имеющая вид (1-11)

$$f(z) = z_1 z_3 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{12} z_{13} \vee z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{12} \vee \\ \vee z_1 z_2 z_3 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{14} z_{15} z_{16} z_{17} z_{18} \vee \\ \vee z_1 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9 z_{10} z_{11} z_{13} z_{14} z_{15} z_{16} z_{17} z_{18} \vee z_1 z_3 z_5 z_6 z_{31} \vee \\ \vee z_1 z_3 z_4 z_5 z_6 z_{15} z_{16} z_{17} z_{33} z_{34} \vee z_1 z_4 z_{15} z_{16} z_{32},$$

при оптимизации структуры на основе изоморфизма $z_l \rightarrow p(z_l)$, $\& \rightarrow +, \vee \rightarrow \min$ запишется как минимизация алгебраической суммы оценок ϕ -элементов, где для краткости записи значениям оценок импликант присваиваются сложные индексы номеров входящих в импликанту ϕ -элементов, разделенных точками:

$$\min p = \min (p_1 + p_3 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{12} + p_{13}, \\ p_1 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_4 + p_2 + p_{12}, p_1 + p_3 + \\ p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_4 + p_2 + p_{14} + p_{15} + p_{16} + p_{17} + p_{18}, p_1 + \\ p_3 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_4 + p_{13} + p_{14} + p_{15} + p_{16} + p_{17} + \\ p_{18}, p_1 + p_3 + p_5 + p_6 + p_{31}, p_1 + p_3 + p_5 + p_6 + p_4 + p_{15} + p_{16} + p_{17} + p_{33} + \\ p_{34}, p_1 + p_4 + p_{15} + p_{16} + p_{32}) = \min (0,65_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13}, \\ 0,76_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 12}, 0,96_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18}, \\ 0,96_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18}, 0,28_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 31}, \\ 0,59_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 33 \cdot 34}, 0,27_{1 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 32}) = 0,27_{1 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 32}.$$

При оптимизации по сокр. д. н. ф. потребовалось просуммировать 75 слагаемых и взять минимум от 7 величин, при этом определяется не только оптимальный по сложности аппаратной реализации вариант структуры из ϕ -элементов $z_1 z_4 z_{15} z_{16} z_{32}$, реализующий управление стабилизации $U_{ст}$, но и абсолютные оценки I_{4j} альтернативных вариантов структур. В табл. 2.7 для структур с реализуемыми управлениями показаны оценки: абсолютные I_{4j} для всего множества альтернативных вариантов структуры с $j = \overline{1,7}$ и нормализованные p_{4j} по условию (2-2) для множества универсальных вариантов структуры с $j = \overline{1,5}$.

Таблица 2.7

Абсолютные и нормализованные оценки универсальных структур

по критерию сложности аппаратной реализации I_4

№ п/п	Структура (j) (реализуемое управление)	Абс. оценка I_{4j} , $j = \overline{1,7}$	Норм. оценка p_{4j} , $j = \overline{1,5}$
1	$U_{ст}$	0,27	0,075
2	U_p	0,28	—
3	$U_p \cup U_{ст}$	0,59	—

№ п/п	Структура (j) (реализуемое управление)	Абс. оценка I_{4j} , $j = \overline{1,7}$	Норм. оценка p_{4j} , $j = \overline{1,5}$
4	$U_p \cup U_0$	0,65	0,18
5	$U_p \cup U_{oc}$	0,76	0,225
6	$U_p \cup U_0 \cup U_{oc}$	0,96	0,26
7	$U_p \cup U_{oc} \cup U_{ст}$	0,96	0,26

Неявное представление МИС в виде о. ск. н. ф. соответствует (1-10)

$$\Phi_{oc}(f(z)) = z_1(z_3z_5z_6(z_7z_8z_9z_{10}z_{11}(z_4(z_2z_{12} \vee \vee (z_2 \vee z_{13}))z_{14}z_{15}z_{16}z_{17}z_{18} \vee \vee z_{12}z_{13}) \vee z_{31} \vee z_4z_{15}z_{16}z_{17}z_{33}z_{34}) \vee z_4z_{15}z_{16}z_{32}),$$

используя которое для оптимизации на основе перехода от ХБФ к минимизации арифметической суммы оценок ф-элементов, записывается

$$\begin{aligned} \min p &= p_1 + \min(p_3 + p_5 + p_6 + \min(p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} \\ &\quad + \min(p_4 \\ &\quad + \min(p_2 + p_{12}, p_{14} + p_{15} + p_{16} + p_{17} + p_{18} \\ &\quad + \min(p_2, p_{13}), p_{13} + p_{12}), p_{31}, p_4 + p_{15} + p_{16} + p_{17} + p_{33} \\ &\quad + p_{34}), p_4 + p_{15} + p_{16} + p_{32}) = 0_1 + \\ &\quad + \min(0,28_{3 \cdot 5 \cdot 6} + \min(0,35_{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11} + \min(0,11_4 + \min(0,02_2 \\ &\quad + 0_{12}, 0,2_{14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18} \\ &\quad + \min(0,02_2, 0,02_{13}), 0,02_{13 \cdot 12}), 0_{31}, 0,31_{4 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 33 \cdot 34}), 0,27_{4 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 32}) \\ &= 0,27_{4 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 32}. \end{aligned}$$

В процессе оптимизации о. ск. н. ф. потребовалось просуммировать 25 слагаемых и взять минимум от 7 величин, что упрощает вычисления по сравнению с сокр. д. н. ф., однако с результате оптимизации определяется вес только оптимального варианта структуры $z_1z_4z_{15}z_{16}z_{32}$, реализующего управление $U_{ст}$.

Покажем также использование системы подформул о. ск. н. ф. (1-12) для нахождения оптимального варианта структуры:

$$\begin{aligned} \Phi_{oc}(f(z)) &= z_1D_0, \\ D_0 &= B_1 \vee B_2, \\ B_1 &= z_3z_5z_6D_1, \\ D_1 &= B_3 \vee z_{31} \vee B_4, \\ B_3 &= z_7z_8z_9z_{10}z_{11}D_2, \\ D_2 &= B_5 \vee B_6, \\ B_5 &= z_4D_3; B_6 = z_{12}z_{13}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_3 &= B_7 \vee B_8, \\
B_7 &= z_2 z_{12}, \\
B_8 &= z_{14} z_{15} z_{16} z_{17} z_{18} D_4, \\
D_4 &= z_2 \vee z_{13}, \\
B_2 &= z_4 z_{15} z_{16} z_{32}, \\
B_4 &= z_4 z_{15} z_{16} z_{17} z_{33} z_{34}.
\end{aligned}$$

При использовании системы подформулы о. ск. н. ф. нахождение весов подформулы путем замены $z_l \rightarrow p(z_l)$, $\& \rightarrow +$, $\vee \rightarrow \min$ начинают с наиболее глубоко вложенных подформулы, т. е. множество подформулы рассматривают как упорядоченное множество

$$\Phi_{oc}(f(z)) = \{b_4, b_2, d_4, b_8, b_7, d_3, b_6, b_5, d_2, b_3, d_1, b_1, d_0\}.$$

Тогда оценки подформулы равны (элементы, для которых достигается минимум, выделены жирным шрифтом):

$$\begin{aligned}
p(b_4) &= p_4 + p_{15} + p_{14} + p_{17} + p_{33} + p_{34} = 0,31, \\
p(b_2) &= p_4 + p_{15} + p_{16} + p_{32} = 0,27, \\
p(d_4) &= \min(\mathbf{p_2}, \mathbf{p_{13}}) = 0,02, \\
p(b_8) &= p_4 + p_{15} + p_{16} + p_{17} + p_{18} + p(d_4) = 0,22, \\
p(b_7) &= p_2 + p_{12} = 0,02, \\
p(d_3) &= \min(p(b_8), \mathbf{p(b_7)}) = 0,02, \\
p(b_6) &= p_{13} + p_{12} = 0,02, \\
p(b_5) &= p_4 + p(d_3) = 0,13, \\
p(d_2) &= \min(\mathbf{p(b_6)}, p(b_5)) = 0,02, \\
p(b_3) &= p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p(d_2) = 0,37, \\
p(d_1) &= \min(p(b_3), \mathbf{p_{31}}, p(b_4)) = 0, \\
p(b_1) &= p_3 + p_5 + p_6, p(d_1) = 0,28, \\
p(d_3) &= \min(p(b_8), p(b_7)) = 0,02, \\
p(d_0) &= \min(\mathbf{p(b_1)}, p(b_2)) = 0,27.
\end{aligned}$$

Для вычисления весов подформулы просуммированы 32 слагаемых и взят минимум от 11 величин. Оптимальный вариант состоит из ф-элементов конъюнкта $b_2 = z_4 z_{15} z_{16} z_{32}$, реализующего $U_{ст}$, но не выявлены веса других альтернативных вариантов структур. Достоинство использования системы подформулы о. ск. н. ф. для оптимизации состоит в наглядности представления оценок подформулы на характеристическом мультиграфе.

Результаты сравнительного анализа по оптимизации структур по критерию сложности реализации для различных представлений ХБФ показаны на рис. 2.3.

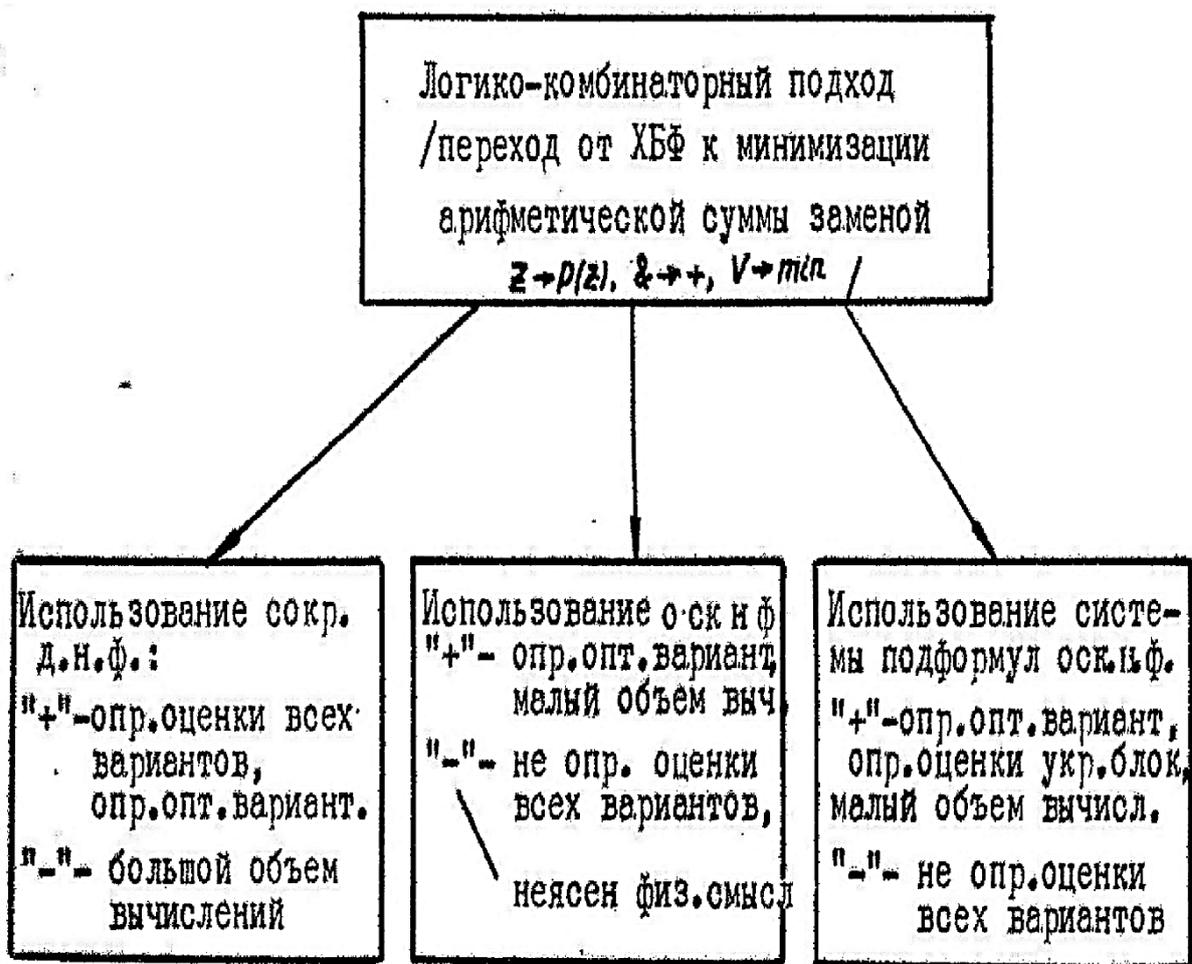


Рис. 2.3. Использование ХБФ при оптимизации по сложности

Для однокритериальной оптимизации вариантов структуры по критерию сложности программной реализации УУ, который обозначим через I_5 , воспользуемся нормализованными оценками ф-элементов, приведенными в табл. 2.2. Используя ХБФ в виде сокр. д. н. ф. (1-11) и переходя от ХБФ к минимизации арифметической суммы оценок ф-элементов на основе изоморфизма $z_l \rightarrow p(z_l)$, $\& \rightarrow +$, $V \rightarrow \min$, определяем абсолютные оценки альтернативных вариантов структуры:

$$\min p = \min (0,61_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13}, 0,76_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 12}, \\ 0,92_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18}, 0,92_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18}, \\ 0,25_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 31}, 0,56_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 33 \cdot 34}, 0,26_{1 \cdot 4 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 32}) = 0,25_{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 31}.$$

Оптимальным при программной реализации является вариант структуры $z_1 z_3 z_5 z_6 z_{31}$, реализующий релейное управление U_p . В табл. 2.8 приведены абсолютные оценки I_{5j} для всего множества альтернативных вариантов структуры с $j = \overline{1,7}$ и нормализованные оценки p_{5j} по условию (2-2) для множества универсальных вариантов структуры с $j = \overline{1,5}$.

**Абсолютные и нормализованные оценки универсальных структур
по критерию сложности программной реализации I_5**

№ п/п	Структура (j) (реализуемое управление)	Абс. оценка I_{5j} , $j=\overline{1,7}$	Норм. оценка p_{5j} , $j=\overline{1,5}$
1	$U_{ст}$	0,2	0,076
2	U_p	0,25	–
3	$U_p \cup U_{ст}$	0,56	–
4	$U_p \cup U_0$	0,61	0,176
5	$U_p \cup U_{ос}$	0,74	0,214
6	$U_p \cup U_0 \cup U_{ос}$	0,92	0,267
7	$U_p \cup U_{ос} \cup U_{ст}$	0,92	0,267

Кстати, среди эффективных вариантов структур, реализующих $U_{ст}$ и U_p , последняя может быть ввиду ограниченного применения исключена из решения задач оптимизации.

2.2.2. Двухкритериальная оптимизация по критериям сложности

Будем считать, что критерии сложности аппаратной и программной реализации одинаково важны. Прежде чем приступить к определению оптимального решения, необходимо выделить множество решений, оптимальных по Парето, или область компромиссов, или область эффективных решений [1, 11].

Эффективным решением называется такое решение $x_{эф}$, если не существует других допустимых решений, для которых выполнялось бы неравенство $I_i(x) \leq I_i(x_{эф}), i = \overline{1, n}$, причем хотя бы для одного из критериев, например k -того, должно выполняться строгое неравенство $I_k(x) < I_k(x_{эф})$, т. е. не существует лучших решений x . Согласно этому определению записываются неравенства

$$I_i(x) \leq I_i(x_{эф}), I_k(x) < I_k(x_{эф}), i = \overline{1, n}, k \neq i. \quad (2-3)$$

Область эффективности решений характеризуется тем, что нельзя уменьшить значение одного из частных критериев, не увеличивая значений хотя бы одного из критериев. Поэтому эффективные решения называют также недоминируемыми.

Множество эффективных решений обладает следующими свойствами:

– любые два эффективных решения являются не доминируемыми по отношению друг к другу;

– для каждого решения, не принадлежащего множеству эффективных решений, всегда найдется по крайней мере одно эффективное решение, которое доминирует над ним.

Эти свойства множества эффективных решений приводят к следствию: оптимальное решение находится среди эффективных решений, т. е. после выделения множества эффективных решений можно отбросить решения, не являющиеся эффективными. В тех случаях, когда эффективное решение единственное, оно является окончательным, оптимальным.

В случае конечного дискретного числа допустимых решений используется метод прямого перебора [1, 15], который заключается в непосредственном сравнении предпочтений всех решений в соответствии с неравенством (2-3). Непосредственное, ручное сравнение применяется при небольшом количестве решений и критериев.

Если число допустимых решений равно M_∂ и число критериев равно n , то необходимо провести $M_\partial(M_\partial - 1)^n/2$ сравнений, последовательно сравнивая пары решений и исключая из дальнейшего рассмотрения те решения, для которых имеются доминирующие, определяющие оставшееся множество недоминируемых, которые и являются эффективными решениями.

В рассматриваемой задаче число допустимых решений (вариантов структур) $M_\partial = 7$, число критериев $n = 2$, тогда для определения множества решений потребуется произвести $7*(7-1)*2/2=42$ сравнения, что сделать затруднительно.

В случае двух критериев удобно использовать графическое определение множества эффективных решений [15], при этом на плоскости минимизируемых критериев I_4 и I_5 область эффективных решений находится на спадающей (в положительном направлении координат) ветви зависимости $I_5 = f(I_4)$ или $I_4 = \varphi(I_5)$. На рис. 2.4 показана зависимость $I_{5j} = f(I_{4j})$ для $j=\overline{1,7}$ альтернативных вариантов структур, из которой следует, что структуры с управлениями U_p и $U_{ст}$ предпочтительнее других решений $U_p \cup U_{ст}, U_p \cup U_0, U_p \cup U_{ос}, U_p \cup U_{ос} \cup U_{ст}, U_p \cup U_{ос} \cup U_{ст}$, поэтому последние исключаются из анализа оптимальности, а структуры с U_p и $U_{ст}$ являются недоминируемыми и среди них отыскивается оптимальное решение.

Из полученного соотношения $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ согласно принципу справедливого компромисса следует, что оптимальной является структура, реализующая $U_{ст}$, так как при переходе от этой структуры к структуре с U_p относительное увеличение критерия I_4 меньше, чем относительное уменьшение критерия I_5 .

В случае двух и более эффективных решений для двух аддитивных критериев можно воспользоваться графическим способом нахождения оптимального решения [1, 4]. Суть его заключается в том, что, если построить линии равного уровня для свертки p частных аддитивных нормализованных критериев, например p_α и p_β

$$p = f(p_\alpha, p_\beta) = const,$$

$$p = \left(\frac{1}{2}(p_\alpha^k + p_\beta^k)\right)^{1/k},$$

при различных значениях $k = 1, 2, 3, \dots$, по мере увеличения k от 1 до ∞ линии равного уровня будут изменяться согласно рис. 2.5. При $k = 1$ имеем линию равного уровня в виде суммы линейной комбинации частных критериев, при $k \rightarrow \infty$ приходим к линии равного уровня, близкой для минимаксного критерия (критерия Чебышева). Оптимальное решение определяется как ближайшее к точке касания соответствующей линии равного уровня (или пересечения биссектрисы координатного угла при $k \rightarrow \infty$) с областью эффективных решений.

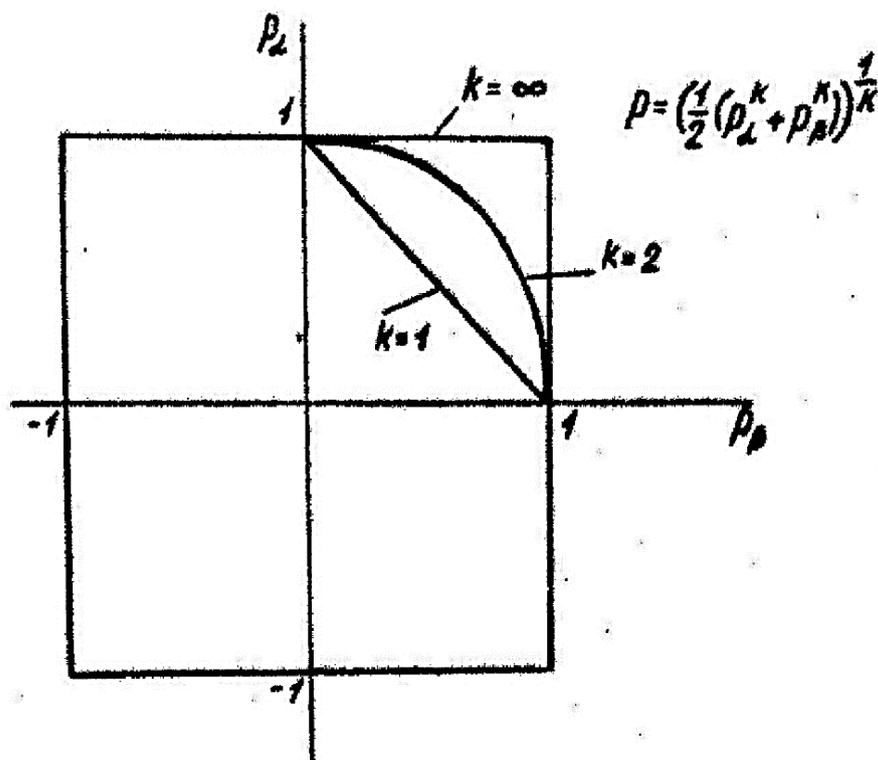


Рис. 2.5. Графическое определение оптимального решения

2.3. Оптимизация структур по сложности и эффективности

2.3.1. Равноценные критерии сложности и эффективности

Под равноценными критериями понимаются одинаково важные критерии. Методы оптимизации структур для двух равноценных критериев рассмотрены в предыдущем параграфе, полученные результаты заключаются в следующем:

– для определения эффективных решений для двух критериев удобно использовать графическое изображение связи между критериями для рассматриваемых вариантов структур, для произвольного числа критериев применяется метод прямого перебора;

– для нахождения оптимальных решений при двух критериях используются формализованные методы: для двух эффективных решений – принцип справедливого компромисса, для двух и более эффективных решений – графический способ с построением линий равного уровня для свертки критериев.

Для произвольного числа n критериев универсальным методом нахождения оптимального решения является составление матрицы, учитывающей нормализованные по (2-2) оценки p_{ij} , $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, M}$ альтернативных M вариантов структур и равные между собой нормализованные (по условию равенства их суммы единице) весовые коэффициенты λ_i , т. е.

$$\lambda_i = \frac{1}{n}, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \quad (2-4)$$

критериев p_{ij} . Составление такой матрицы и ее обработка аналогичны матрице экспертных оценок [7, 8], но при известных весовых коэффициентах.

Рассмотрим пример оптимизации структуры по двум равноценным критериям – быстродействия I_1 и сложности аппаратной реализации I_4 . Для определения эффективных решений в плоскости нормализованных весов p_1 и p_4 по данным табл. 2.4 и 2.7 построим зависимость $p_1(p_4)$ для $M = 5$ альтернативных универсальных вариантов структур (см. рис. 2.6а), из которого следует, что эффективными решениями являются структуры, реализующие $U_{ст}, U_p \cup U_o, U_p \cup U_{ос}$, которые принадлежат выпуклой спадающей ветви зависимости $p_1(p_4)$.

Используя графический способ для решения поставленной задачи оптимизации по рис. 2.6а, получим:

– для минимаксного критерия оптимальное решение находится как ближайшее к точке пересечения биссектрисы координатного угла

(линия 1) и кривой $p_1(p_4)$, что соответствует структуре, реализующей управление $U_p \cup U_o$;

– оптимальное решение для аддитивного критерия в виде суммы линейной комбинации частных критериев определяется путем проведения соответствующей линии равного уровня (линии 2) так, чтобы она касалась кривой $p_1(p_4)$. Точка касания соответствует структуре, реализующей управление $U_{ст}$.

Отметим, что на практике при выборе варианта структуры обычно достаточно задать два критерия в различных комбинациях из групп критериев сложности и эффективности, что позволяет использовать графические методы нахождения эффективных и оптимальных решений, как было показано в последнем примере, а для двух эффективных решений можно использовать принцип справедливого компромисса. Проиллюстрируем сказанное на примере оптимизации структур по критериям минимума материальных и энергетических затрат I_2 и критерию сложности программной реализации I_5 . На основе указанных в табл. 2.5 и 2.8 нормализованных весов p_2 и p_5 в плоскости критериев p_2 и p_5 построена зависимость $p_2(p_5)$ для универсальных вариантов структуры (см. рис. 2.6б). Из рис. 2.6б следует, что эффективными решениями являются структуры, реализующие управления $U_{ст}, U_p \cup U_o, U_p \cup U_{ос}$, причем выпуклой оболочке множества Парето соответствуют структуры с $U_{ст}$ и $U_p \cup U_{ос}$.

Графическое определение оптимального решения (см. рис. 2.6б) для вариантов выпуклого множества Парето показывает, что оптимальной по минимаксному критерию (линия 1) является структура с управлением $U_p \cup U_{ос}$, а оптимальной по аддитивному критерию в виде суммы линейных частных критериев является структура с управлением $U_{ст}$ (линия 2).

Отметим, что в данном случае для двух эффективных решений выпуклой оболочки Парето можно использовать рассмотренный ранее принцип справедливого компромисса. Этому принципу удовлетворяет структура с управлением $U_p \cup U_{ос}$.

Таким образом, в результате приведенных процедур оптимизации для двух равноценных критериев показана:

- применимость метода прямого перебора с графической интерпретацией для определения множества эффективных решений;
- для нахождения оптимальных решений используются формализованные методы: для случая двух эффективных решений – прин-

цип справедливого компромисса, при произвольном числе эффективных решений удобно использовать графическую интерпретацию оптимизации по двум аддитивным критериям.

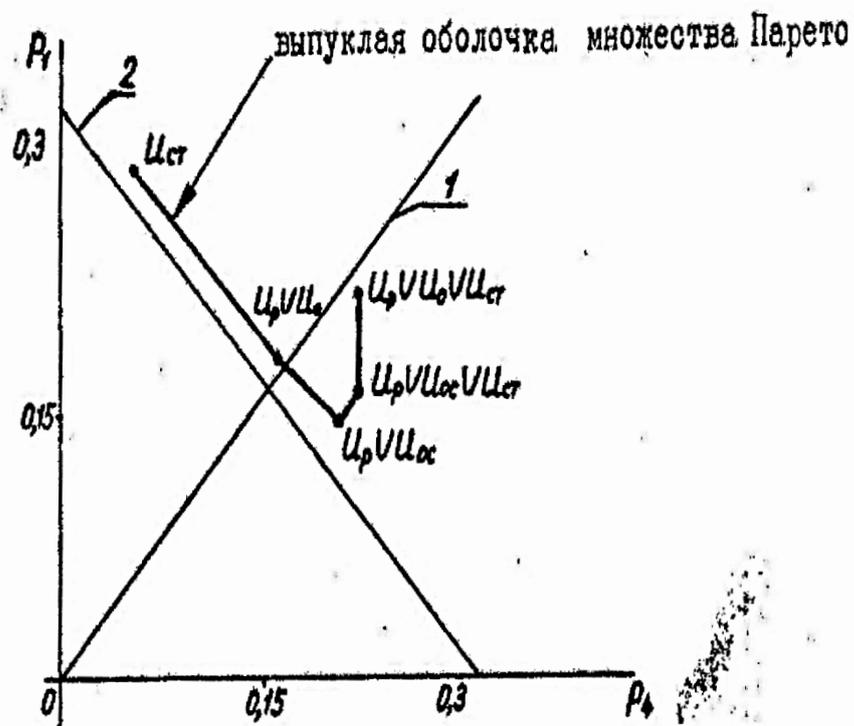


Рис. 2.6. Графическое определение эффективных и оптимальных решений

2.3.2. Неравноценные критерии сложности и эффективности

Будем предполагать, что критерии оптимизации структур УУ хотя и не всегда одинаково важны, но не имеют жесткого приоритета по важности, так, например, в процессе проектирования относительная важность критериев может изменяться.

В случае неравноценных критериев достаточно универсальный способ задания важности критериев – выделение основного частного критерия с введением ограничений на остальные [1]. Его универсальность состоит в том, что позволяет каждой многокритериальной задаче выделить в качестве наилучшего любое эффективное решение.

Другой способ задания важности критериев связан с назначением весовых коэффициентов λ_i , чаще всего при аддитивном объединении частных критериев $I_i, i = \overline{1, n}$

$$I = \sum_{i=1}^n \lambda_i I_i(x), \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1,$$

однако при этом возникает сложная проблема определения весовых коэффициентов λ_i .

Рассмотрим применение формализованного способа определения λ_i через относительные отклонения значений частного критерия $I_k(x)$ от его идеального значения $I_k^{ид}(x_k^{ид})$ при использовании решения $x_i^{ид}$, идеального для другого критерия $I_i(x_i)$ [1]

$$C_{ki} = \left| \frac{I_k^{ид}(x_k^{ид}) - I_k(x_i^{ид})}{I_k^{ид}(x_k^{ид})} \right|, k, i = \overline{1, n}. \quad (2-5)$$

Коэффициент C_{ki} характеризует влияние решения $x_i^{ид}$ на значение критерия $I_k(x)$. Ясно, что $C_{ki} = 0$ при $k = i$.

Весовые коэффициенты λ_i находятся из решения следующей оптимальной задачи:

$$\sum_{i=1}^n C_{ki} \lambda_i \leq \nu, k = \overline{1, n}, \nu \geq 0, \nu \rightarrow \min, \quad (2-6)$$
$$\lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1.$$

Смысл условий (2-6) состоит в том, что сумма взвешенных с коэффициентами λ_i значений C_{ki} для любого решения x не превысит ν , которое минимизируется при решении данной задачи.

Применим данный способ определения весовых коэффициентов в задаче векторной оптимизации универсальных структур УУ по критериям I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 . Для определения относительных отклонений критериев можно использовать как их абсолютные I_i , так и нор-

мализованные $p_i, i = 1, 5$ оценки критериев структур. Будем использовать нормализованные оценки, имея в виду необходимость их использования в матрице экспертных оценок для нахождения оптимального решения.

По данным табл. 2.5, 2.6, 2.7, 2.8 покажем вычисление относительных отклонений критерия I_1 относительно других критериев $I_i, i = \overline{2,5}$ по формуле (2-5) при $k = 1$

$$C_{12} = \left| \frac{I_1^{\text{ИД}}(U_p \cup U_{oc}) - I_1(U_p \cup U_{oc})}{I_1^{\text{ИД}}(U_p \cup U_{oc})} \right| = \left| \frac{0,147 - 0,147}{0,147} \right| = 0,$$

$$C_{13} = \left| \frac{I_1^{\text{ИД}}(U_p \cup U_{oc}) - I_1(U_{ст})}{I_1^{\text{ИД}}(U_p \cup U_{oc})} \right| = \left| \frac{0,147 - 0,294}{0,147} \right| = 1,$$

$$C_{14} = \left| \frac{I_1^{\text{ИД}}(U_p \cup U_{oc}) - I_1(U_{ст})}{I_1^{\text{ИД}}(U_p \cup U_{oc})} \right| = \left| \frac{0,147 - 0,294}{0,147} \right| = 1,$$

$$C_{15} = \left| \frac{I_1^{\text{ИД}}(U_p \cup U_{oc}) - I_1(U_{ст})}{I_1^{\text{ИД}}(U_p \cup U_{oc})} \right| = \left| \frac{0,147 - 0,294}{0,147} \right| = 1.$$

Аналогичным образом определяются относительные отклонения для других критериев:

– для критерия I_2

$$C_{21} = 0, C_{23} = 0,5, C_{24} = 0,5, C_{25} = 0,5;$$

– для критерия I_3

$$C_{31} = 8,1, C_{32} = 8,1, C_{34} = 0, C_{35} = 0;$$

– для критерия I_4

$$C_{41} = 2, C_{42} = 2, C_{43} = 0, C_{45} = 0;$$

– для критерия I_5

$$C_{51} = 1,8, C_{52} = 1,8, C_{53} = 0, C_{54} = 0.$$

Весовые коэффициенты λ_i для критериев $I_i, i = \overline{1,5}$ определяются из решения задачи оптимизации с условиями (2-6), для чего составляется система нестрогих неравенств

$$C\lambda \leq v, \quad (2-7)$$

где C – матрица относительных отклонений с элементами $C_{ki}, k, i = \overline{1,5}$; λ – матрица-столбец с элементами $\lambda_i, i = \overline{1,5}$.

Система (2-7) при известных C_{ki} позволяет определить единственные решения $\lambda_i(v), i = \overline{1,5}$ при задании системы уравнений (2-7) в форме равенств, если система в форме равенств будет совместна, а значения v определяются из условия

$$\sum_{i=1}^5 \lambda_i(v) = 1. \quad (2-8)$$

При подстановке численных значений относительных отклонений критериев система уравнений (2-7) в форме равенств запишется следующим образом:

$$\begin{cases} 0\lambda_1 + 0\lambda_2 + 1\lambda_3 + 1\lambda_4 + 1\lambda_5 = \nu, \\ 0\lambda_1 + 0\lambda_2 + 0,5\lambda_3 + 0,5\lambda_4 + 0,5\lambda_5 = \nu, \\ 8,1\lambda_1 + 8,1\lambda_2 + 0\lambda_3 + 0\lambda_4 + 0\lambda_5 = \nu, \\ 2\lambda_1 + 2\lambda_2 + 0\lambda_3 + 0\lambda_4 + 0\lambda_5 = \nu, \\ 1,8\lambda_1 + 1,8\lambda_2 + 0\lambda_3 + 0\lambda_4 + 0\lambda_5 = \nu. \end{cases} \quad (2-9)$$

Полученная система уравнений имеет линейно зависимые уравнения, поэтому единственного решения для $\lambda_i, i = \overline{1,5}$ не получить.

Для определения числа линейно независимых уравнений в системе (2.6) вычисляется ранг матрицы $C = \{C_{ki}\}$. В данном случае ранг матрицы относительных отклонений C равен 2. Ранг показывает максимальное число критериев, для которых единственным образом можно определить приоритет, поэтому в системе (2-9) весовые коэффициенты могут быть единственным образом определены только для пар критериев $\{I_1, I_3\}, \{I_1, I_4\}, \{I_1, I_5\}, \{I_2, I_3\}, \{I_2, I_4\}, \{I_2, I_5\}$.

Проиллюстрируем случай единственных весовых коэффициентов. Например, для пары критериев $\{I_1, I_4\}$ система уравнений (2-9) в форме равенств примет вид:

$$\begin{cases} 0\lambda_1 + 1\lambda_4 = \nu, \\ 2\lambda_1 + 0\lambda_4 = \nu. \end{cases}$$

Из условия нормализации весовых коэффициентов (2-8) запишем $\lambda_1(\nu) + \lambda_4(\nu) = 0,5\nu + \nu = 1$, тогда $\nu = 2/3$, а весовые коэффициенты равны $\lambda_1 = 1/3, \lambda_4 = 2/3$. Меньший весовой коэффициент λ_1 показывает, что в задаче минимизации аддитивного критерия $I = \lambda_1 I_1 + \lambda_4 I_4$ оценки структур с критерием I_1 могут принимать большие значения.

Для определения оптимального решения для пары критериев $\{I_1, I_4\}$ при известных оценках структур и весовых коэффициентах составляется матрица, которую будем называть матрицей экспертных оценок [7, 8], хотя в данном случае весовые коэффициенты определены не экспертным путем, а расчетным. Матрица экспертных оценок (табл. 2.9) составляется для нормализованных по условию (2-2) оценок структур $p_{1j}, p_{4j} j = \overline{1,5}$ и нормализованных по условию (2-8) весовых коэффициентов λ_1, λ_4 критериев I_1, I_4 .

Таблица 2.9

Матрица экспертных оценок универсальных структур для двух критериев

№ п/п	Критерий (<i>i</i>)	Структура (<i>j</i>) и соответ. норм. оценка. p_{ij}					Вес. коэф. λ_i
		$U_{ст}$	$U_p \cup U_0$	$U_p \cup U_{oc}$	$U_p \cup U_0 \cup U_{ст}$	$U_p \cup U_{oc} \cup U_{ст}$	
1	Быстродействие (I_1)	0,294	0,191	0,147	0,206	0,162	0,33
2	Сложность аппаратной реализации (I_4)	0,075	0,18	0,225	0,26	0,26	0,67
	$R_j = \sum_{i=1}^2 \lambda_i p_{ij}$	0,147	0,183	0,199	0,242	0,229	

Для определения оптимального решения по матрице экспертных оценок для каждого j – го решения вычисляется показатель $R_{ij}, j = \overline{1, M}$ как сумма произведений нормализованной оценки p_{ij} i –того критерия j – го решения на соответствующий весовой коэффициент λ_i i – того $i = \overline{1, n}$ критерия, при этом показатели R_j получаются нормализованными по условию равенства их суммы единице, т. е.

$$R_j = \sum_{i=1}^n \lambda_i p_{ij}, \sum_{j=1}^M R_j = 1, \quad (2-10)$$

а оптимальное решение определяется по минимальному значению показателя R_j . Значения показателей для рассматриваемого примера приведены в табл. 2.9, оптимальное решение дает вариант структуры с реализацией управления $U_{ст}$.

Вернемся к ранее поставленной задаче определения весовых коэффициентов для пяти неравноценных критериев $I_i, i = \overline{1, 5}$.

Предлагается следующий способ определения весовых коэффициентов $\lambda_i, i = \overline{1, 5}$ через их соотношения в линейно-независимых уравнениях системы (2-9). Хотя единственного решения для весовых коэффициентов $\lambda_i, i = \overline{1, 5}$ система уравнений (2-9) в форме равенств не имеет ввиду линейной зависимости уравнений, тем не менее можно отыскать соотношения для весовых коэффициентов исходя из решения задач (2-6) по определению весовых коэффициентов для тех критериев, для которых система уравнений (2-9) имеет единственное решение, а максимальное число линейно-независимых уравнений определено рангом матрицы C . В данном случае ранг C равен двум, что позволяет выделить пары критериев, для которых единственным образом можно определить весовые коэффициенты, а также, что здесь

важнее, их соотношение. Например, для пары критериев $\{I_1, I_4\}$ определяется соотношение $\lambda_4 = 2\lambda_1$, для пары $\{I_1, I_3\}$ находится $\lambda_3 = 8,1\lambda_1$, $\{I_1, I_5\} \rightarrow \lambda_5 = 1,8\lambda_1$, $\{I_2, I_3\} \rightarrow \lambda_3 = 16,2\lambda_1$, $\{I_2, I_4\} \rightarrow \lambda_4 = 4\lambda_2$, $\{I_2, I_5\} \rightarrow \lambda_5 = 3,6\lambda_2$.

Из полученных соотношений весовых коэффициентов можно найти также неизвестные их соотношения, которые не определяются ввиду линейной зависимости уравнений системы (2-9). Например, чтобы определить соотношение между весовыми коэффициентами λ_i и λ_2 , можно воспользоваться соотношениями $\lambda_3 = 8,1\lambda_1$ и $\lambda_3 = 16,2\lambda_2$, откуда $\lambda_2 = 0,5\lambda_1$. Аналогичная зависимость $\lambda_2(\lambda_1)$ получается из других пар критериев.

Далее, для определения значений весовых коэффициентов при известных их соотношениях используется условие нормализации весовых коэффициентов $\sum_{i=1}^5 \lambda_i = 1$, которое записывается относительно одного из весовых коэффициентов. Например, при известных соотношениях относительно весового коэффициента λ_1 условие нормализации $\sum_{i=1}^5 \lambda_i = 1$ дает уравнение

$$\lambda_1 + 0,5\lambda_1 + 8,1\lambda_1 + 2\lambda_1 + 1,8\lambda_1 = 1,$$

откуда определяется весовой коэффициент $\lambda_1 = 0,075$, а по известным соотношениям находятся $\lambda_2 = 0,037$, $\lambda_3 = 0,604$, $\lambda_4 = 0,15$, $\lambda_5 = 0,134$. По известным оценкам структур p_{ij} и весовым коэффициентам критериев λ_i составляется матрица экспертных оценок (табл. 2.10).

Таблица 2.10

Матрица экспертных оценок универсальных структур для пяти критериев

№ п/п	Критерий (i)	Структура (j) и соответ. норм. оценка. p_{ij}					Вес. коэф. λ_i
		$U_{ст}$	$U_p \cup U_0$	$U_p \cup U_{oc}$	$U_p \cup U_0 \cup U_{ст}$	$U_p \cup U_{oc} \cup U_{ст}$	
1	Быстродействие (I_1)	0,294	0,191	0,147	0,206	0,162	0,075
2	Затраты (I_2)	0,238	0,206	0,189	0,223	0,174	0,037
3	Стабилизация (I_3)	0,047	0,431	0,428	0,047	0,047	0,604
4	Сложность апп. реализации (I_4)	0,075	0,18	0,225	0,26	0,26	0,15
5	Сложность прогр. реализации (I_5)	0,076	0,176	0,214	0,267	0,267	0,134
	$R_j = \sum_{i=1}^5 \lambda_i p_{ij}$	0,081	0,333	0,338	0,127	0,121	

Из табл. 2.10 следует, что оптимальной структурой в задаче оптимизации с пятью неравноценными аддитивными критериями является структура, реализующая $U_{ст}$.

Алгоритм предлагаемого формализованного способа решения задачи оптимизации с использованием относительных отклонений критериев и соотношений весовых коэффициентов схематично показан на рис. 2.7. Если решить формализованным путем наиболее сложной задачи определения весовых коэффициентов не удастся, то в этом случае эффективным способом является определение весовых коэффициентов критериев методом экспертных оценок путем их ранжирования [1, 11] с последующим использованием матрицы экспертных оценок. Как уже отмечалось, матрицу экспертных оценок можно использовать для нахождения оптимального решения и в случае равноценных критериев, если принять равные весовые коэффициенты критериев, особенно при большом количестве критериев, когда графические способы решения неприменимы.

Общий алгоритм векторной оптимизации структур управляющих устройств оптимальных систем при различном задании равноценных и неравноценных критериев показан на рис. 2.8.

ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2

1. Предложенные критерии оптимальности вариантов структур управляющих устройств оптимальных систем, учитывающие сложность реализации вариантов структуры и эффективность управления, вырабатываемого вариантом структуры, обеспечивают формулировку целей проектирования и реализации оптимальных систем управления в терминах характеристик систем и позволяют провести на их основе выбор наилучшего варианта структуры.

2. Определены показатели функционирования и реализации типовых элементов структур управляющих устройств, позволяющие дать качественную оценку варианту структуры в целом и провести оптимизацию вариантов формально-математическими методами.

3. Использование логико-комбинаторного подхода к представлению вариантов структур характеристической булевой функцией позволяет провести оптимизацию вариантов по сложности на основе взятия минимума от арифметической суммы оценок функциональных элементов, при этом удобнее для однокритериальной оптимизации использовать о. ск. н. ф., а для многокритериальной – сокр. д. н. ф.

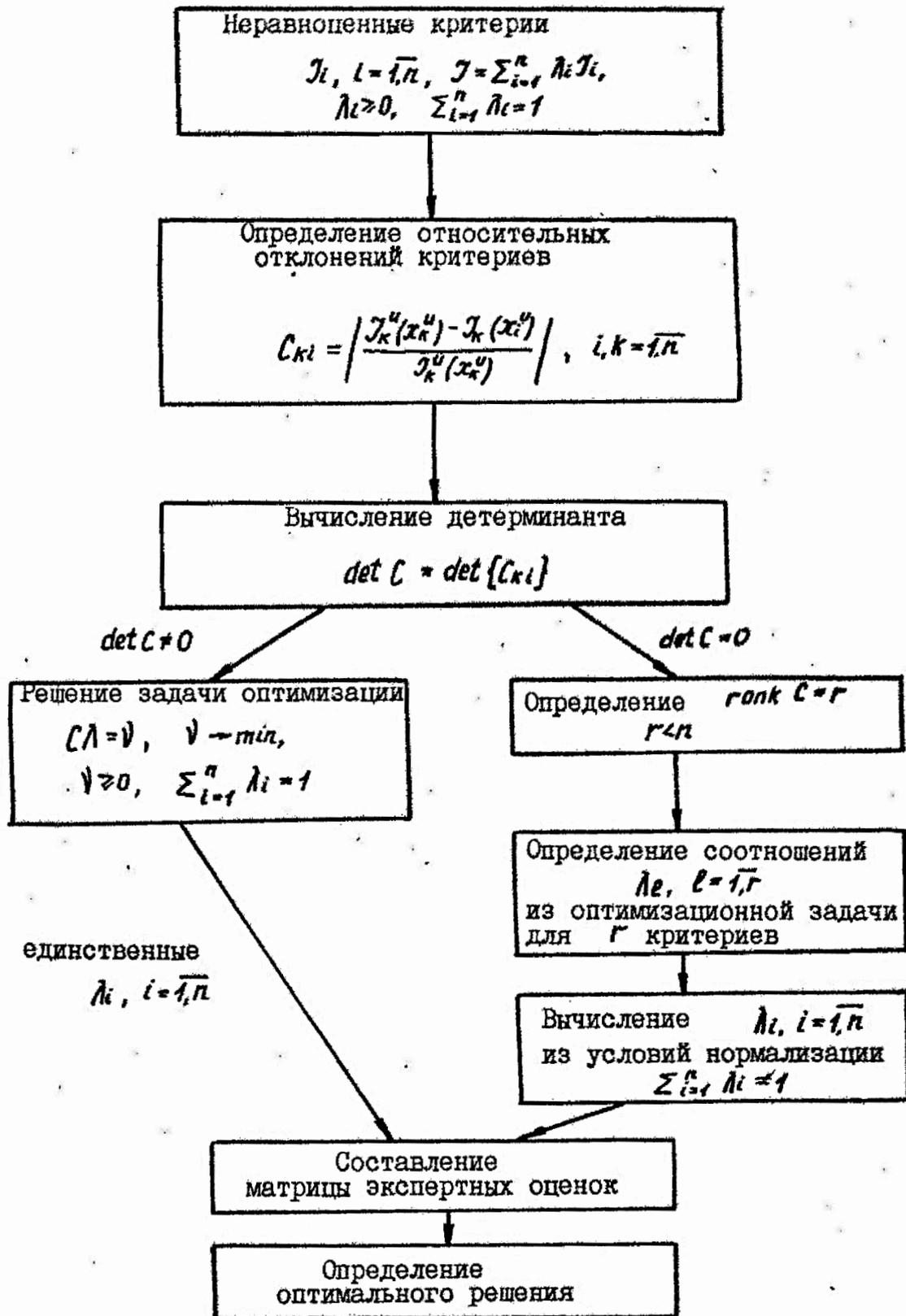


Рис. 2.7. Алгоритм определения весовых коэффициентов через относительные отклонения критериев

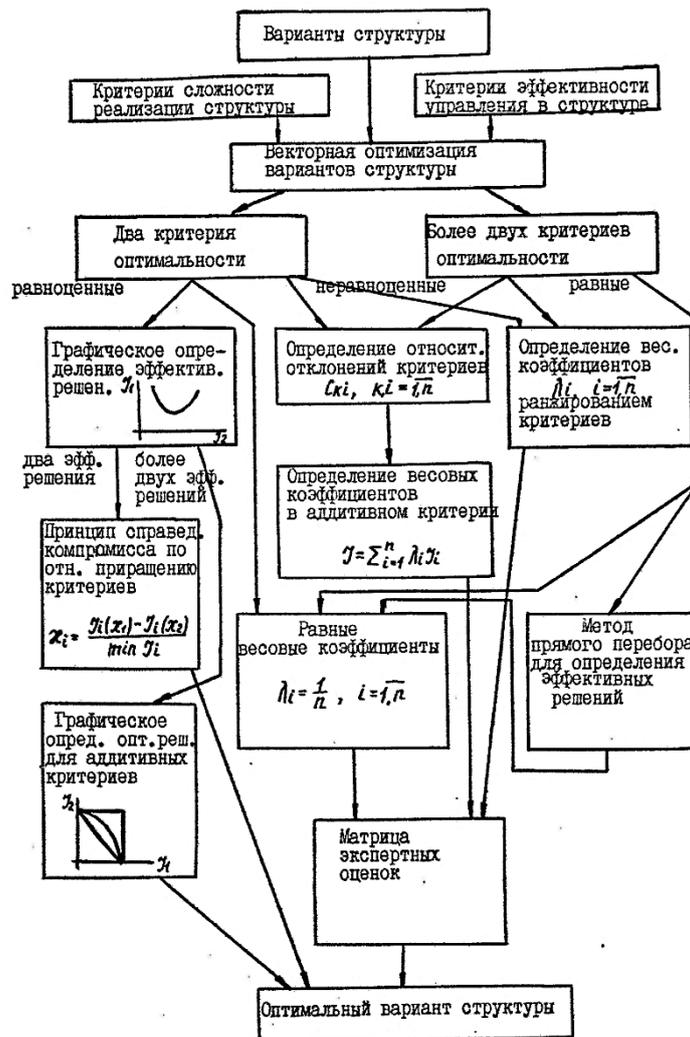


Рис. 2.8. Общий алгоритм векторной оптимизации вариантов структур

4. Использование общих свойств оптимального управления, выявленных принципом максимума, условиями общности положения для нелинейных систем, анализом топологий траекторий, а также эффективных по Парето вариантов структур, позволило определить и провести оптимизацию универсальных вариантов структур управляющих устройств.

5. Предложенный способ определения весовых коэффициентов неравноценных критериев через их относительные отклонения и соотношения позволил расширить применение и унификацию построения и обработки матриц экспертных оценок для выявления оптимального варианта структуры управляющего устройства.

6. Систематизированные и при необходимости модифицированные методы векторной оптимизации позволили определить общий алгоритм оптимизации вариантов структур управляющих устройств при различном задании равноценных и неравноценных критериев оптимальности по сложности и эффективности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты работы теоретически обобщают и развивают методы качественного исследования структур управляющих устройств нелинейными динамическими объектами с оптимальным, включая особое, управлением, а именно разработаны:

– методика описания вариантов структур управляющих устройств нелинейных оптимальных систем, представляющая развитие логико-комбинаторного подхода к синтезу структур сложных систем, отличающаяся его применением к структурно-параметрическому синтезу систем с переменной структурой на основе закона функционирования системы, заданного топологией траекторий и управляющими воздействиями в подпространствах топологии, позволяющая формализовать процедуру формирования компонент структуры с учетом коммутирующих и согласующих элементов, расширить множество вариантов структуры комбинированием отдельных управлений, систематизировать варианты структуры по вырабатываемым управлениям путем построения предварительного мультиграфа, представить варианты структуры в графической форме в виде И-ИЛИ-графа, описать их характеристической булевой функцией и построить укрупненную структурную схему устройства;

– комплексный инженерный подход к многокритериальной оптимизации вариантов структур нелинейных оптимальных систем, заключающийся в систематизации алгоритмов выбора вариантов структур при различных схемах компромисса критериев оптимальности, отличающийся заданием критериев сложности реализации и эффективности управления, позволяющий получить параметрические модели вариантов структуры, построить общий алгоритм поиска оптимальной структуры при различном задании равноценных и неравноценных критериев, определить весовые коэффициенты при неравноценных критериях через относительные отклонения и соотношения критериев, получить универсальные приемы построения и обработки матриц экспертных оценок.

Практическая ценность результатов работы заключается в разработанных алгоритмах и структурах систем оптимального, включая особое, управления, позволяющих объяснять и прогнозировать поведение процесса при различных управлениях и возмущениях, повысить эффективность проектирования систем автоматического управления процессами, обеспечить заданное качество функционирования процесса в установившихся и переходных режимах.

Дальнейшие исследования в научном плане углубляются применительно к нелинейным детерминированным и стохастическим объектам в задачах ресурсо– и энергосбережения в части использования особого оптимального управления как многократно продифференцированного управления тепловыми процессами и программного движения в технических, экономических, биологических, когнитивных системах, разработки экспертных и прецедентных систем оптимального управления, синтеза оптимальных систем управления на основе искусственных нейронных сетей и нечеткой логики.

Практические результаты развиваются в направлении автоматизации процедуры проектирования оптимальных систем с программным вычислением, исследованием и реализацией алгоритмов управления; представлением, генерированием и оптимизацией вариантов структуры.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Автоматизированное управление технологическими процессами / Под ред. В. Б. Яковлева. Л. : Ленингр. гос.ун-т, 1988. 224 с.
2. Анкудинов Г. И. Построение множества альтернативных вариантов структуры // Проблемы системотехники : Материалы IV Всесоюз. симп. по проблемам системотехники. Л., 1980. С. 138–140.
3. Анкудинов Г. И. Об одном общем подходе к синтезу структуры алгоритмов, устройств и систем // Кибернетика. 1982. № 1. С. 55–88.
4. Анкудинов Г. И. Синтез структуры сложных объектов: Логико-комбинаторный подход. Л. : Ленингр. гос. ун-т, 1986. 260 с.
5. Борисов В. И. Векторная оптимизация систем // Исследование операций. М. : Наука, 1971. С. 97–156.
6. Веллерт С., Возняцкий Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. М., 1972. 336 с.
7. Волкова В. Н., Домченко Ю. Н., Дуболазов В. А., Козловская Э. А. Применение системного анализа при проектировании АСУ. Л. : Изд-во Ленингр. политехн. ин-та, 1986. 88 с.
8. Волкова В. Н., Козлов В. Н. Системный анализ и принятие решений : Словарь-справочник. М. : Высш. шк., 2004. 616 с.
9. Гаврилов М. А., Девятков В. Б., Пупырев Е. И. Логическое проектирование дискретных автоматов. М. : Наука, 1977. 351 с.
10. Дроздов Е. А. Оптимизация структур цифровых автоматов. М. : Сов. радио, 1975. 352 с.
11. Евланов Л. Г. Теория и практика решений. М. : Экономика, 1984. 175 с.
12. Емельянов С. В. и др. Теория систем с переменной структурой / Под ред. С. В. Емельянова. М. : Наука, 1970. 572 с.
13. Емельянов С. В. Системы автоматического управления с переменной структурой. М. : Недра, 1967. 335 с.
14. Захаров В. Н., Поспелов Д. А., Хазацкий В. Е. Системы управления. Задание. Проектирование. Реализация. М. : Энергия, 1972. 344 с.
15. Зотов Н. С. Проектирование промышленных автоматических систем. Л. : Ленингр. гос. ун-т, 1981. 126 с.
16. Каган Б. М., Сташин А. В. Основы проектирования микропроцессорных устройств автоматики. М. : Энергоатомиздат, 1987. 304 с.
17. Лазарев И. А. Синтез структуры систем электроснабжения летательных аппаратов. М. : Машиностроение, 1976. 256 с.

18. Макаров И. М. и др. Теория выбора и принятия решений / Под ред. И. М. Макарова. М. : Наука, 1982. 327 с.
19. Малахов В. П. Формальная логика. М. : Академ. проект, 2020. 379 с.
20. Норенков И. П. Основы автоматизированного проектирования. М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. 434 с.
21. Одрин В. М., Картавов С. С. Морфологический анализ систем. Киев : Наукова думка, 1977. 148 с.
22. Олейников В. А. Оптимальное управление технологическими процессами в нефтяной и газовой промышленности. Л. : Недра, 1982. 216 с.
23. Отраслевые руководящие методические материалы по созданию и применению АСУТП (ОРММ-2 АСУТП). М., 1981.
24. Острем К., Ваттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ. М. : Мир, 1987. 480 с.
25. Половинкин А. И. Основы инженерного творчества. М. : Машиностроение, 1988. 368 с.
26. Системы электроснабжения летательных аппаратов / Под ред. С. П. Халютин. М. : ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 2010. 428 с.
27. Технические средства АСУТП / Под ред. В. Б. Яковлева. М. : Высш. шк., 1989. 263 с.
28. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника. М. : Мир, 1983. 512 с.
29. Формальная логика / Под ред. И. Я. Чупахина, И. Н. Бродского. Л. : Ленингр. гос. ун-т, 1977. 357 с.
30. Цвиркун А. Д. Основы синтеза структуры сложных систем. М. : Наука, 1982. 200 с.
31. Рей У. Методы управления технологическими процессами. М. : Мир, 1983. 368 с.
32. Хорошавин В. С., Зотов А. В. Особое оптимальное управление нелинейными объектами. Киров : Вятский гос. ун-т, 2019. 208 с.
33. Хорошавин В. С., Леонтьев Н. А., Присмотров Н. И., Шалагинов В. М. Система управления электроприводом степени подвижности манипуляционного робота на основе микропроцессора // Электропривод пром. установок, роботов и манипуляторов : Сб. науч. тр. / Моск. энерг. ин-т. М., 1984. С. 112–116.
34. Хорошавин В. С., Присмотров Н. И., Бабинцева О. А. Синтез оптимального по быстродействию управления двигателем постоянно-

го тока по цепи возбуждения // Системы автоматического управления электроприводами : Сб. науч. тр. / Чуваши. гос. ун-т. Чебоксары : 1988. С. 33–39.

35. Хорошавин В. С., Присмотров Н. И., Грудинин В. С. Структуры управляющих устройств оптимальных систем // Исследование систем автоматиз. электроприводов : Сб. науч. тр. / Чуваши. гос. ун-т. Чебоксары, 1991. С. 40–46.

36. Хорошавин В. С., Грудинин В. С., Лалетин В. И. Оптимизация структуры многокоординатного шагового электропривода // Оптимизация режимов работы систем электроприводов : Сб. науч. тр. / Красноярский политехн. ин-т. Красноярск, 1992. С. 91–94.

37. Хорошавин В. С., Стариков А. И. Особое управление асинхронным двигателем // Управление и обработка информации : Сб. науч. тр. / Вятский гос. техн. ун-т. Киров, 1998. Вып. 3. С. 153–157.

38. Хорошавин В. С., Лалетин В. И. Динамические модели дискретного электропривода в цифровых системах воспроизведения движения // Проблемы обработки информации: Вестник ВНЦ ВВО АТН РФ. Вып. 1/98. С. 111–117.

39. Хорошавин В. С., Стариков А. И. Дополнения к логико-комбинаторному подходу синтеза структур управляющих устройств // Проблемы обработки информации: Вестник ВНЦ ВВО АТН РФ. Вып. 1/98. С. 117–123.

40. Хорошавин В. С., Стариков А. И. Особое управление асинхронным электродвигателем с переменным критерием оптимальности // Высокие технологии в радиоэлектронике, информатике и связи: Вестник ВНЦ ВВО АТН РФ. Вып. 1/01. С. 122–128.

41. Хорошавин В. С., Стариков А. И. Управления и структуры оптимальных систем электропривода переменного тока // Труды Третьей Междунар. конф. по авт. электроприводу. Н. Новгород, 2001. С. 76–78.

42. Хорошавин В. С., Шестаков А. В. Исследование оптимального управления вентильным сварочным генератором с использованием качественных и точных математических моделей // Проблемы обработки информации: Вестник ВНЦ ВВО АТН РФ. Вып. 1(3)/2002. С. 72–77.

43. Хорошавин В. С., Охупкин С. И., Корякин С. А. Формирование комплексной оценки эффективности использования систем электропривода // Проблемы обработки информации: Вестник ВНЦ ВВО АТН РФ. Вып. 1(4)/2004. С. 74–77.

44. Хорошавин В. С., Охалкин С. И., Присмотров Н. И. Выбор структуры специализированного преобразователя частоты для асинхронного электропривода средств малой механизации // Вестник ВНИЦ ВВО АТН РФ. Проблемы обработки информации. Вып. 1(7)/2007. Киров, 2007. С. 79–85.

45. Хорошавин В. С., Зотов А. В., Ишутинов Д. В. Анализ эффективности систем управления нелинейными объектами в переходных процессах по критерию минимума ресурсов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 2. С. 23–28.

46. Хорошавин В. С., Волокитина Е. В., Смирнов Д. В., Охалкин С. И. Качественный анализ эффективности применения различных топологий преобразователей в бортовых электроприводах // Электроника и электрооборудование транспорта. 2015. № 4. С. 28–34.

47. Хорошавин В. С. Синтез программного движения на основе оптимального, включая особое, управления // Труды IX Междунар. (XX Всерос.) конф. по АЭП-2016. Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2016. С. 226–228.

48. Хорошавин В. С., Ишутинов Д. В., Малышев Е. Н., Мищин М. А. Выбор параметров конденсаторной батареи устройства компенсации реактивной мощности // Труды IX Междунар. (XX Всерос.) конф. по АЭП-2016. Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2016. С. 42–43.

49. Хорошавин В. С., Зотов А. В., Мокрушин С. А. Общий подход к представлению динамики процесса в пространстве состояний // Advanced Science. 2017. 2. 7 с. URL: [http://advanced-science.ru/assets/mgr/docs/2\(2017\)/Технические/horoshavin-k-pechati-ispr.pdf](http://advanced-science.ru/assets/mgr/docs/2(2017)/Технические/horoshavin-k-pechati-ispr.pdf).

50. Хорошавин В. С., Мокрушин С. А., Охалкин С. И., Грудинин В. С., Зотов А. В. Анализ управляемости и устойчивости приближенной модели теплопереноса в автоклаве // Вестник Мордовского университета. 2018. Т. 28. № 3. С. 416–428. DOI: <https://doi.org/10.15507/0236-2910.028.201803.416-428>.

51. Хорошавин В. С., Грудинин В. С., Зотов А. В., Грудинин С. В. Адаптивное итерационное управление температурой в теплице // Инженерные технологии и системы. 2019. Т. 29. № 3. С. 383–395. DOI: <https://doi.org/10.15507/2658-4123.029.201903.383-395>.

52. Хорошавин В. С. Сравнение алгоритмов управления тепловым процессом по быстрдействию и на минимум ресурсов // Известия Тульского гос. ун-та. Технические науки. 2020. Вып. 7. С. 211–216.

53. Хорошавин В. С., Грудинин В. С. Оптимальное программное движение с изменяемым временем регулирования // Радиопромыш-

ленность. 2020. Т. 30. № 3. С. 40–49. DOI: 10. 21778/2413-9599-2020-30-3-40-49

54. Стариков А. И. Алгоритмы и структуры оптимального особого векторного управления нелинейными динамическими объектами : Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01. Киров, 1999. 18 с. URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01000238600>.

55. Шестаков А. В. Модели, алгоритмы и структуры систем оптимального управления синхронными электрическими машинами : Дис. ... канд. техн. наук: 05.13.01, 05.09.03. Киров, 2001. 173 с. URL: <http://www.dslib.net/sys-analiz/modeli-algoritmy-i-struktury-sistem-optimalnogo-upravlenija-sinhronnymi.html>.

56. Охупкин С. И. Создание и исследование электромеханических устройств средств малой механизации на основе специализированных преобразователей частоты : Дис. ... канд. техн. наук : 05.13.01, 05.09.03. Киров, 2003. 183 с.: ил. URL: <http://www.dslib.net/sys-analiz/sozдание-i-issledovanie-jelektromehaniceskix-ustrojstv-sredstv-maloj-mehanizacii.html>.

57. А. с. № 964938 СССР, МКИ H02P5/06. Электропривод / Г. И. Болтунов, В. Н. Дроздов, А. Е. Козярук, И. В. Мирошник. Оpubл. 07.10.82. Бюл. № 37. 4 с.

58. А. с. № 1198723 СССР, МКИ H02P5/06. Электропривод постоянного тока / В. С. Хорошавин, Н. И. Присмотров, О. Н. Рублева. Оpubл. 15.12.85. Бюл. № 46. 4 с.

59. А. с. № 1386962 СССР, МКИ G05B19/18. Устройство для программного управления процессом обработки изделий микроэлектроники / Хорошавин В. С., Грудинин В. С., Присмотров Н. И., Карманов А. А. Оpubл. 07.04.88. Бюл. № 13. 12 с.

60. А. с. № 1389498 СССР, МКИ G05B19/18 (ДСП). Устройство для программного позиционирования / Хорошавин В. С., Грудинин В. С., Карманов А. А., Опарина Л. А. 18 с.

61. А. с. № 1394385 СССР, МКИ H02P5/06. Электропривод постоянного тока / В. С. Хорошавин, Н. И. Присмотров. Оpubл. 07.05.88. Бюл. № 17. 6 с.

62. А. с. № 1458960 СССР, МКИ H02P5/06. Электропривод постоянного тока / В. С. Хорошавин, Н. И. Присмотров, О. А. Бабинцева. Оpubл. 15.02.89. Бюл. № 6. 10 с.

63. А. с. № 1603341 СССР, МКИ G05B13/02. Устройство для определения экстремума / Хорошавин В. С., Присмотров Н. И., Грудинин В. С., Фокин С. М. Оpubл. 30.10.90. Бюл. № 40. 5 с.

64. А. с. № 1697239 СССР, МКИ H02P5/06. Электропривод постоянного тока / В. С. Хорошавин, С. С. Ветошев, Э. В. Москвин. Оpubл. 07.12.91. Бюл. № 45. 6 с.

65. Патент № 1795861 РФ, МКИ H02P8/00. Способ программного управления шаговым перемещением посредством ШЭД и устройство для его реализации / Хорошавин В. С., Лалетин В. И., Грудинин В. С. Оpubл. 07.10.94. Бюл. № 37. 6 с.

66. Патент № 2092964 РФ, МКИ H02P8/00. Способ управления шаговым электроприводом и устройство для его осуществления / Хорошавин В. С., Лалетин В. И., Грудинин В. С. Оpubл. 10.10.97. Бюл. № 28. 10 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

АНАЛИЗ УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ

Обеспечение продовольственной безопасности страны по длительности хранения и качеству продуктов невозможно без стерилизации продуктов в автоклавах. Эффективность процессов стерилизации зависит от степени их автоматизации. В последнее двадцатилетие совершенствование автоматических и автоматизированных систем управления базировалось в основном на развитии технических средств автоматики без теоретического обоснования принимаемых решений. Предлагаемая работа направлена на выявление связей между параметрами и связями процесса стерилизации и выбором структурно-параметрических особенностей системы управления.

Проведен качественный анализ с позиций современной теории автоматического управления приближенной модели теплового процесса нагрева воды паром в автоклаве с учетом законов теплопереноса и достаточности использования двумерной модели в зависимости от структурно-функциональных особенностей модели, учитывающих параметры и связи процесса, а именно: свойств управляемости, по Калману, модели во временной области в пространстве состояний, отдельно показан переход от передаточной функции с нулями в числителе к нормальной системе дифференциальных уравнений; свойств устойчивости модели в частотной области с помощью передаточных функций и структурных преобразований, учета соотношения параметров в виде неравенств и последующим выбором составляющих пропорционального-интегрального-дифференциального (ПИД)-закона регулирования для реального автоклава с помощью матрицы экспертных оценок.

Показано, что для качественного исследования вопросов управляемости и устойчивости приближенной модели теплового процесса нагрева воды паром в автоклаве в зависимости от параметров процесса необходимо совместное представление модели как во временной (в пространстве состояний), так и в частотной (в виде передаточных функций) областях. Анализ управляемости процесса основывается на трех подходах: первый (формализованный) подход основан на представлении модели в виде нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши с развитием способа понижения порядка старших производных координат и введения дополнительных сигналов по управлению, учитывающих производные по

управлению; второй (неформализованный) – на исключении производных по управлению путем структурных преобразований; третий (прямой) подход использует полученные из физических соображений уравнения теплового баланса и теплопроводности первого порядка. По условиям управляемости Калмана получены зависимости между параметрами процесса и степенью его управляемости. Анализ устойчивости процесса основан на исследовании полюсов передаточных функций в частотной области и характеристических корней уравнений состояния во временной области. На основе структурных преобразований выделен замкнутый контур нагрева банок водой с инерционностью, зависящей от параметров загрузки автоклава. Переходные процессы в этом контуре принимают усилительный, апериодический или интегральный характер, что сказывается на свойствах переходных процессов системы управления в целом. Формализованный выбор составляющих ПИД-закона регулирования проводится в зависимости от частоты применения степени загрузки и необходимости составляющих ПИД-регулятора с помощью матрицы экспертных оценок.

Результаты исследования послужат материалом для разработки реальной модели процесса автоклавирования с учетом статических и динамических характеристик измерительных, преобразовательных и исполнительных элементов, исследования влияния и компенсации инерционностей и нелинейностей реальных элементов с последующей разработкой автоматизированной системы управления процессом стерилизации в автоклавах.

1. Введение

1.1. Приближенная модель процесса

Принято, начиная с работ Б. Е. Щекина, 1975 г.¹ и Е. В. Выскубова, 1996 г.², описывать процесс нагрева воды паром в автоклаве, в который помещены банки со стерилизуемым продуктом, как динамический процесс в приращениях с сосредоточенными параметрами. Исходя из уравнений сохранения энергии и теплопроводности Фурье³ для сосредоточенной системы при управлении тепловым потоком па-

¹ Щекин Б. Е. Разработка и исследование системы автоматического управления для стерилизации консервов : Дис. канд. техн. наук. Краснодар, 1975. 166 с.

² Выскубов Е. В. и др. Структурно-параметрическая идентификация модели процесса стерилизации консервов в автоклавах периодического действия // Изв. вузов. Пищевая технология. 1996. № 1–2. С. 48–50.

³ Тепломассообмен : Курс лекций / М. С. Лобасова, К. А. Финников, Т. А. Миловидова и др. Электрон. дан. (4 Мб). Красноярск : ИПК СФУ, 2009.

ра Q_n и потерей тепла на нагрев банок q_{σ} , выходные координаты процесса температура воды Θ_e и температура банок Θ_{σ} (при неизменном давлении в автоклаве и без учета потерь на нагрев охлаждающей воды, корпуса и в окружающую среду) запишутся в виде системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} m_e C_e \frac{d\Theta_e}{dt} &= Q_n - q_{\sigma}; \\ m_{\sigma} C_{\sigma} \frac{d\Theta_{\sigma}}{dt} &= \alpha_{e\sigma} F_{\sigma} (\Theta_e - \Theta_{\sigma}); \end{aligned} \quad (\text{П1-1})$$

где m_e , m_{σ} , C_e , C_{σ} – соответственно масса и удельная теплоемкость воды и банок; $\alpha_{e\sigma}$ – коэффициент теплопроводности вода – банка; F_{σ} – площадь внешних поверхностей всех банок.

1.2. Цель работы

Эффективность процессов стерилизации по производительности и качеству по соответствию траекторий процесса заданной формуле стерилизации, учитывающей зависимость температуры воды Θ_e от времени, определяется системой управления процессом. Для систем управления автоклавами, как и для других систем управления реальными объектами, справедливо утверждение⁴, что в последнее двадцатилетие «совершенствование автоматических систем базировалось на развитии технических средств автоматики, основанное на достижениях в области электроники, приборостроения, вычислительной техники и мехатроники, а теоретическая база систем автоматического управления слабо развивалась». Исходя из этого утверждения, авторы данной работы попытались обосновать принимаемые технические решения реализации систем управления автоклавами с позиций фундаментальных свойств управляемости и устойчивости⁵ систем управления в зависимости от структурно-функциональных особенностей объекта управления, определяемых его параметрами и связями.

⁴ Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. О проблематике синтеза координирующих систем автоматического управления // Известия ЮФУ. Технические науки. 2012. № 3 (128). С. 172–180.

⁵ Теория автоматического управления / В. Б. Яковлев, С. Е. Душин, Н. С. Зотов, Д. Х. Имаев. М. : Высш. шк., 2009. 568 с.

2. Обзор литературы

Аппаратная реализация аналоговых систем управления процессами стерилизации известна из⁶. Аппаратные реализации цифровых алгоритмов классических законов регулирования (релейного, скользящего и пропорционально-интегрального-дифференциального (ПИД)-законов) в системах управления автоклавами с помощью элементов микроДАТ заложены в работе Е. В. Выскубова⁷ и обобщены в⁸. Развитие программно-аппаратных систем управления автоклавами началось с работы

С. А. Мокрушина⁹ и продолжено в работах^{10, 11, 12, 13}.

С теоретической точки зрения интерес представляет работа Е. В. Выскубова¹⁴ об оптимальном управлении процессом (1), в которой автор, ссылаясь на правило А. Ю. Ишлинского¹⁵ для достаточности двумерной модели (1), находит с помощью принципа максимума

⁶ Щекин Б. Е. Разработка и исследование системы автоматического управления для стерилизации консервов : Дис. ... канд. техн. наук. Краснодар, 1975. 166 с.

⁷ Выскубов Е. В. Разработка микропроцессорных систем управления периодическими процессами тепловой обработки пищевых продуктов: На примере САУ стерилизацией консервов : Автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.07 / Кубанский технол. ун-т. Краснодар, 1996. 17 с.

⁸ Бабарин В. П. Стерилизация консервов: справочник. СПб. : ГИОРД, 2006. 312 с.

⁹ Мокрушин С. А. Стерилизация консервной продукции // Автоматизация и производство. М. : ПО «ОВЕН», 2010. № 1'10. С. 30–31.

¹⁰ Киргин Д. С. Алгоритмы управления технологическим процессом вулканизации установки автоклав// Вестник ИрГТУ. 2011. № 8 (55). С. 195–199.

¹¹ Мокрушин С. А., Хорошавин В. С., Филатова Е. С., Русяева Т. Л. Управление процессами тепловой обработки пищевых продуктов // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 6.

¹² Сопоставление модернизированного и традиционного способов стерилизации консервов / А. В. Кайченев, А. В. Власов, А. Р. Власова, В. А. Гроховский, Л. К. Куранова // Вестник МГТУ. 2013. Т. 16. № 3. С. 560–565.

¹³ Мокрушин С. А., Охупкин С. И., Хорошавин В. С. Исследование процесса стерилизации консервной продукции с целью дальнейшей автоматизации // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Процессы и аппараты пищевых производств». 2015. № 4. С. 62–72.

¹⁴ Выскубов Е. В. Разработка микропроцессорных систем управления периодическими процессами тепловой обработки пищевых продуктов: На примере САУ стерилизацией консервов : Автореф. дис. ... канд. технических наук : 05.13.07 / Кубанский технол. ун-т. Краснодар, 1996. 17 с.

¹⁵ Ишлинский А. Ю. Механика гироскопических систем. М. : Изд-во АН СССР, 1963. 462 с.

Л. С. Понтрягина¹⁶ качественные решения оптимального управления, т. е. в каких функциях искать управление в задаче быстрогодействия и в задаче программного движения, в последней задаче не учитывая нелинейность и явное вхождение времени в функционал и особые в смысле принципа максимума режимы и не учитывая качественные свойства модели по управляемости и устойчивости. В работе¹⁷ предложен нейронный метод управления автоклавом, но он основан на программно-аппаратной реализации по структуре системы С. А. Мокрушина¹⁸ с добавкой логики формулы стерилизации «нагрев – выдержка – охлаждение».

Что касается зарубежных источников, то есть примеры аппаратной¹⁹, программно-аппаратной²⁰ и нейронной²¹ реализаций систем управления автоклавами. Основное внимание в перечисленных работах уделено техническим средствам реализации системы управления, но не исследовано влияние параметров модели на алгоритм управления.

3. Материалы и методы

Исходя из цели исследования, приведенного в п. 1.2, об анализе свойств управляемости и устойчивости модели с позиций современной теории автоматического управления²², в работе решаются задачи:

1) качественного анализа управляемости по Калману²³ приближенной модели (П1-1) в пространстве состояний, отдельно показан переход от передаточной функции с нулями в числителе к нормаль-

¹⁶ Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М. : Наука, 1969. 384 с.

¹⁷ Клименко О. М. Математичне моделювання періодичних процесів в автоклавах з протитиском / О. М. Клименко, В. Г. Трегуб // Наукові праці НУХТ. Т. 20. № 6. Київ: НУХТ, 2014. С. 14–20.

¹⁸ Мокрушин С. А. Стерилизация консервной продукции // Автоматизация и производство. М. : ПО «ОВЕН», 2010. № 1'10. С. 30–31.

¹⁹ Taricco T. Autoclave cure systems // ASM International, Engineered Materials Handbook. 1987. Т. 1. С. 645–648.

²⁰ LAGARDE AUTOCLAVES. 2012.16 с.

²¹ Gonçalves E. C. et al. Modeling sterilization process of canned foods using artificial neural networks // Chemical Engineering and Processing: Process Intensification. 2005. Т. 44. №. 12. С. 1269–1276.

²² Теория автоматического управления / В. Б. Яковлев, С. Е. Душин, Н. С. Зотов, Д. Х. Имаев. М. : Высш. шк., 2009. 568 с.

²³ Kalman R. E., Falb P. L., Arbib M. A. Topics in mathematical system theory. N. Y. : McGraw-Hill, 1969. Vol. 1.

ной системе дифференциальных уравнений в форме Коши, опирающийся на²⁴;

2) качественного анализа устойчивости приближенной модели (П1-1) с помощью передаточных функций и структурных преобразований, соотношения параметров процесса в виде неравенств²⁵ и последующим выбором составляющих ПИД-закона регулирования²⁶ для реального автоклава²⁷ с помощью матрицы экспертных оценок²⁸.

4. Результаты исследования

4.1. Анализ управляемости процесса

4.1.1.1. Структурная схема приближенной модели (П1-1) при замене символа дифференцирования $\frac{d}{dt}$ на оператор Лапласа p представлена на рис. П1.1.

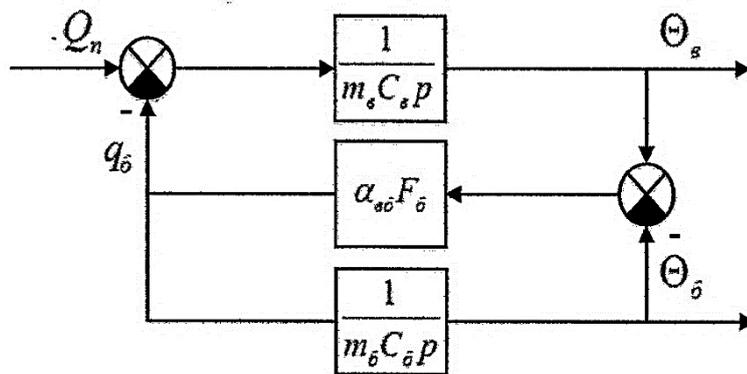


Рис. П1.1. Структурная схема приближенной модели (П1-1)

В формулах стерилизации^{29,30} указывается температура греющей среды Θ_δ , которую нужно измерить в замкнутой системе управления,

²⁴ Хорошавин В. С., Зотов А. В., Мокрушин С. А. Общий подход к представлению динамики процесса в пространстве состояний // Advance Science. 2017. № 2.

²⁵ Korn G. A., Aramanovich I. G., Korn T. M. Spravochnik po matematike dlia nauchnykh rabotnikov i inzhenerov: opredeleniia, teoremy, formuly. Nauka, Glav. Redaktsiia Fiziko-Matematicheskoi Lit-Ry, 1970.

²⁶ Пикина Г. А., Бурцева Ю. С. Беспойсковая настройка линейных регуляторов на минимум квадратичного критерия // Теплоэнергетика. 2014. № 3. С. 23–27.

²⁷ Вертикальные автоклавы Б6-КАВ-2 / Б6-КАВ-4. 2012.

²⁸ Системный анализ и принятие решений : Словарь-справочник / Под ред д. э. н., проф. В. Н. Волковой и д. т. н., проф. В. Н. Козлова. М. : Высшю шк., 2004.

²⁹ Щекин Б. Е. Разработка и исследование системы автоматического управления для стерилизации консервов : Дис. ... канд. техн. наук. Краснодар, 1975. 166 с.

например с ПИД-регулятором, поэтому запишем передаточную функцию объекта управления как замкнутой системы с выходом Θ_ϵ и входом Q_n по модели (П1-1):

$$\Phi_3\left(\frac{\Theta_\epsilon}{Q_n}\right) = \frac{m_\sigma C_\sigma p + \alpha_{\sigma\sigma} F_\sigma}{p^2(m_\epsilon C_\epsilon m_\sigma C_\sigma) + p\alpha_{\sigma\sigma} F_\sigma(m_\epsilon C_\epsilon + m_\sigma C_\sigma)} \quad (\text{П1-2})$$

Для анализа управляемости передаточной функции $\Phi_3\left(\frac{\Theta_\epsilon}{Q_n}\right)$ (П1-2) потребуется переход от передаточной функции с нулями в числителе в пространство состояний без производных по управлению Q_n . Такой переход возможен путем понижения старшей производной $\ddot{\Theta}_\epsilon$ и введения дополнительных сигналов по управлению Q_n , учитывающих производные по управлению \dot{Q}_n . Здесь и далее для краткости записи производных от переменных обозначаем, например, $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$.

Поскольку такой переход обычно вызывает затруднения³¹, то в методическом плане покажем пошаговую процедуру его применения на примере.

4.1.1.2. Известно, что представление динамики процесса с передаточной функцией без нулей в числителе в пространство состояний не вызывает трудностей при понижении порядка старшей производной выхода.

Далее, более кратко по сравнению с³², формализуем процедуру представления передаточной функции с нулями в пространство состояний на примере объекта

$$\dot{x} + T_0 x = k_0 U + k_1 \dot{U} \quad (\text{П1-3})$$

со структурой, представленной на рис. П1.2:

³⁰ Выскубов Е. В. и др. Структурно-параметрическая идентификация модели процесса стерилизации консервов в автоклавах периодического действия // Изв. вузов. Пищевая технология. 1996. № 1–2. С. 48–50.

³¹ Хорошавин В. С., Зотов А. В., Мокрушин С. А. Общий подход к представлению динамики процесса в пространстве состояний // Advance Science. 2017. № 2.

³² Там же.

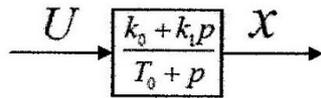


Рис. П1.2. Структура исходного объекта (П1-3) с нулями в числителе

В уравнении (П1-3) объекта (рис. П1.2) принимаем коэффициент при старшей производной выхода равным 1.

1-й шаг. Вводим дополнительные переменные

$$x = x_1 + h_0 U,$$

$$\dot{x}_1 = \dot{x} - h_0 \dot{U} = x_2 + h_1 U,$$

и т. д. до

$$\dot{x}_{n-1} = x_n + h_{n-1} U.$$

2-й шаг. Подставляем введенные дополнительные переменные в исходное уравнение

$$\dot{x}_1 + h_0 \dot{U} = k_0 U + k_1 \dot{U} - T_0 (x_1 + h_0 U).$$

3-й шаг. Избавляемся от производных по U в последнем уравнении

$$\dot{x}_1 = k_0 U + k_1 \left(1 - \frac{h_0}{k_1}\right) \dot{U} - T_0 x_1 - T_0 h_0 U,$$

из $\left(1 - \frac{h_0}{k_1}\right) = 0$ получаем $h_0 = k_1$. Тогда система уравнений объекта и его структура в пространстве состояний примут вид (рис. П1.3):

$$\dot{x}_1 = U(k_0 - k_1 T_0) - T_0 x_1;$$

$$x = x_1 + k_1 U.$$

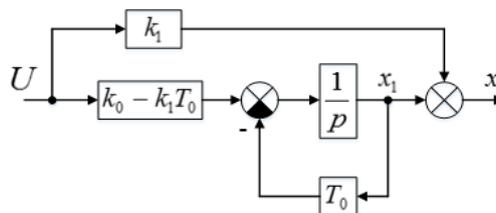


Рис. П1.3. Структура исходного объекта (П1-3) без нулей в числителе

Из приведенного простейшего примера видна сложность метода понижения порядка старшей производной выхода и введения добавок по управлению, учитывающих производные по управлению, хотя новая структура (рис. П1.3) позволяет более детально оценить влияние параметров в исходной структуре (рис. П1.2).

4.1.2. Для анализа управляемости модели (П1-1) со структурой на рис. П1.1 с целью исключения производных по управлению воспользуемся правилами преобразования структурных схем для получения передаточной функции с выходом Θ_{δ} , более точно отражающим качество процесса по сравнению с Θ_{σ} , для чего перенесем точку съема сигнала q_{δ} на сигнал Θ_{δ} , т. е. переходим к структуре рис. П1.4.

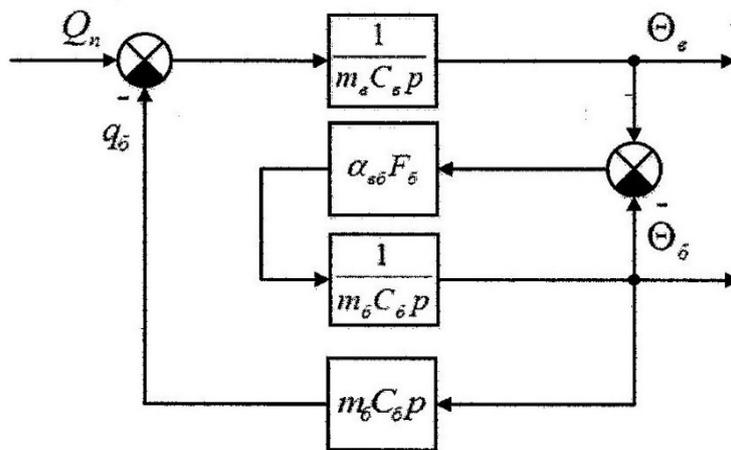


Рис. П1.4. Преобразованная структурная схема модели (П1-1)

Передаточная функция $\Phi_3\left(\frac{\Theta_{\delta}}{Q_n}\right)$ по структуре рис. П1.4

$$\Phi_3\left(\frac{\Theta_{\delta}}{Q_n}\right) = \frac{\alpha_{s\delta} F_{\delta}}{p^2(m_{\delta} C_{\delta} m_{\delta} C_{\delta}) + p \alpha_{s\delta} F_{\delta} (m_{\delta} C_{\delta} + m_{\delta} C_{\delta})} \quad (\text{П1-4})$$

довольно просто может быть преобразована путем понижения порядка старшей производной $\ddot{\Theta}_{\delta}$ к нормальной системе дифференциальных уравнений первого порядка, что и требуется для исследования управляемости по Калману.

В нормальной форме Коши передаточной функции $\Phi_3\left(\frac{\Theta_{\delta}}{Q_n}\right)$ (П1-4) путем понижения порядка производной $\ddot{\Theta}_{\delta}$ можно поставить в соответствие следующую систему с управлением $U = Q_n$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, & x_1 &= \Theta_{\sigma}, & \dot{x}_1 &= \dot{\Theta}_{\sigma}, \\ \dot{x}_2 &= \frac{\alpha_{\sigma\sigma} F_{\sigma}}{m_{\sigma} C_{\sigma} m_{\sigma} C_{\sigma}} U - \alpha_{\sigma\sigma} F_{\sigma} \left(\frac{1}{m_{\sigma} C_{\sigma}} + \frac{1}{m_{\sigma} C_{\sigma}} \right) x_2; \end{aligned} \quad (\text{П1-5})$$

или в матричной форме $\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + BU$, для которой матрица управляемости $D_2 = \begin{pmatrix} B & AB \end{pmatrix}$ имеет вид

$$D_2 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\alpha_{\sigma\sigma} F_{\sigma}}{m_{\sigma} C_{\sigma} m_{\sigma} C_{\sigma}} \\ \frac{\alpha_{\sigma\sigma} F_{\sigma}}{m_{\sigma} C_{\sigma} m_{\sigma} C_{\sigma}} & - \frac{(\alpha_{\sigma\sigma} F_{\sigma})^2}{m_{\sigma} C_{\sigma} m_{\sigma} C_{\sigma}} \left(\frac{1}{m_{\sigma} C_{\sigma}} + \frac{1}{m_{\sigma} C_{\sigma}} \right) \end{pmatrix}.$$

Определитель матрицы D_2 не равен нулю

$$\det D_2 = \left(\frac{\alpha_{\sigma\sigma} F_{\sigma}}{m_{\sigma} C_{\sigma} m_{\sigma} C_{\sigma}} \right)^2 \neq 0, \quad (\text{П1-6})$$

т. е. система полностью управляема.

Однако такой путь по правилам преобразования структурных схем не является формализованным, поскольку трудно в общем случае указать правила преобразования исходной структуры (рис. П1.1) к виду, удобному для исследования управляемости модели (П1-1).

4.1.3. Ранее для исследования управляемости модели (П1-1) мы пытались преобразовать ее к нормальной системе дифференциальных уравнений в форме Коши, что удавалось с трудом. Хотя модель (П1-1) не является нормальной формой Коши, тем не менее, это не является ограничением для применения условий управляемости Калмана. В результате получаем, как и в п. 4.1.2, что система (П1-1) является полностью управляемой.

Из анализа матрицы управляемости процесса, например из $\det D_2$ (П1-6), следует, что степень управляемости системы повышается с увеличением теплопереноса от воды к банкам ($\alpha_{\sigma\sigma} F_{\sigma}$) и уменьшением инерционности нагрева воды и банок ($m_{\sigma} C_{\sigma} m_{\sigma} C_{\sigma}$), что физически объяснимо.

4.2. Анализ устойчивости процесса

Используя полученные при исследовании управляемости передаточные функции $\Phi_3 \left(\frac{\Theta_{\sigma}}{Q_n} \right)$ (П1-2), $\Phi_3 \left(\frac{\Theta_{\sigma}}{Q_n} \right)$ (П1-4) и уравнения состоя-

ний во временной области (П1-5), находим полюса передаточных функций или характеристические корни

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = -\alpha_{\sigma\sigma} F_{\sigma} \left(\frac{m_{\sigma} C_{\sigma} + m_{\sigma} C_{\sigma}}{m_{\sigma} C_{\sigma} m_{\sigma} C_{\sigma}} \right) < 0,$$

из которых следует, что система обладает интегрирующими свойствами, т. е. не имеет самовыравнивания³³ и находится на грани устойчивости.

Вообще говоря, из эквивалентных структурных схем рис. П1.1 и рис. П1.4 видно, что «успокоить» процесс нагрева воды паром могут потери на нагрев банок и другие потери. Здесь рассмотрим, как влияют потери на нагрев банок, т. е. загрузка автоклава, которые являются основными по технологии стерилизации, на передаточные функции системы.

Рассмотрим передаточную функцию преобразования Θ_{σ} в Θ_{σ} по структуре рис. П1.4. Передаточная функция замкнутого контура

$\Phi_3 \left(\frac{\Theta_{\sigma}}{\Theta_{\sigma}} \right)$ равна

$$\Phi_3 \left(\frac{\Theta_{\sigma}}{\Theta_{\sigma}} \right) = \frac{1}{\frac{m_{\sigma} C_{\sigma}}{\alpha_{\sigma\sigma} F_{\sigma}} p + 1} = \frac{1}{T_{\sigma\sigma} p + 1},$$

что является передаточной функцией апериодического звена с постоянной времени нагрева банок водой:

$$T_{\sigma\sigma} = \frac{m_{\sigma} C_{\sigma}}{\alpha_{\sigma\sigma} F_{\sigma}}.$$

Что касается соотношения массы банок и их поверхностной площади в последней формуле для постоянной времени нагрева банок водой, то, поскольку масса банок определяется произведением плотности содержимого банок на их объем, величина $T_{\sigma\sigma}$ зависит от соотношения объема и площади банок. Известно из геометрии плоских фигур и тел³⁴, что для выпуклых многогранников, т. е. форм

³³ Пикина Г. А., Бурцева Ю. С. Беспеременная настройка линейных регуляторов на минимум квадратичного критерия // Теплоэнергетика. 2014. № 3. С. 23–27.

³⁴ Korn G. A., Aramanovich I. G., Korn T. M. Spravochnik po matematike dlia nauchnykh rabotnikov i inzhenerov: opredeleniia, teoremy, formuly. Nauka, Glav. Redaktsiia Fiziko-Matematicheskoi Lit-Ry, 1970.

контейнеров (куб, параллелепипед, цилиндр), в которые помещаются банки, соотношение объема к площади прямо пропорционально параметрам многогранника. Поэтому, говоря о загрузке автоклава, будем однозначно связывать в прямой зависимости постоянную времени $T_{\delta\delta}$ и массу банок.

При малой загрузке $T_{\delta\delta} \ll 1$ получим почти усилительное звено (апериодическое звено с широкой полосой пропускания) $\Phi_3\left(\frac{\Theta_{\delta}}{\Theta_{\epsilon}}\right) \approx 1$, при большой загрузке $T_{\delta\delta} \gg 1$ получим интегрирующее звено $\Phi_3\left(\frac{\Theta_{\delta}}{\Theta_{\epsilon}}\right) \approx \frac{1}{T_{\delta\delta} p}$. Для нормальных (штатных) загрузок автоклава Б6-КАВ-2³⁵ по технологической карте стерилизации³⁶ с параметрами

$$m_{\delta} C_{\delta} = 4,6 \cdot 10^2 \times 3,68 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{Дж}}{\text{град}} \right]$$

$$\alpha_{\delta\delta} F_{\delta} = 1,45 \cdot 10^3 \times 3,87 \cdot 10^4 \left[\frac{\text{Дж}}{\text{сек} \cdot \text{град}} \right]$$

получим $T_{\delta\delta} \approx 30 \text{ сек}$, $\Phi_3\left(\frac{\Theta_{\delta}}{\Theta_{\epsilon}}\right)$ – апериодическое звено.

Для исследования в дальнейшем устойчивости процесса с учетом введенной передаточной функции $\Phi_3\left(\frac{\Theta_{\delta}}{\Theta_{\epsilon}}\right)$ с постоянной времени $T_{\delta\delta}$, характеризующей загрузку автоклава m_{δ} с некоторыми приведенными выше оговорками относительно связи m_{δ} и F_{δ} , удобнее использовать структуру рис. П1.4, так как в структуре рис. П1.1 придется еще выделить из $\Phi_3\left(\frac{\Theta_{\delta}}{\Theta_{\epsilon}}\right)$ промежуточный сигнал q_{δ} с дифференциальной составляющей $m_{\delta} C_{\delta} p$, которая, кстати, улучшает устойчивость процесса. Используя структуру рис. П1.4 с учетом $\Phi_3\left(\frac{\Theta_{\delta}}{\Theta_{\epsilon}}\right)$, получим

³⁵ Вертикальные автоклавы Б6-КАВ-2 / Б6-КАВ-4. 2012.

³⁶ Выскубов Е. В. и др. Структурно-параметрическая идентификация модели процесса стерилизации консервов в автоклавах периодического действия // Изв. вузов. Пищевая технология. 1996. № 1–2. С. 48–50.

$$\Phi_3\left(\frac{\Theta_\sigma}{Q_n}\right) = \frac{1}{m_\sigma C_\sigma p + m_\sigma C_\sigma p \Phi_3\left(\frac{\Theta_\sigma}{\Theta_\sigma}\right)}.$$

Воспользовавшись результатами³⁷ о настройках ПИД-регулятора, получим, что при малой нагрузке $\Phi_3\left(\frac{\Theta_\sigma}{\Theta_\sigma}\right) \approx 1$, то – интегрирующее звено, а в системе регулирования с обратной связью с ПИД-регулятором достаточно пропорциональной составляющей с небольшими добавками интегральной и дифференциальной составляющих.

При большой нагрузке $\Phi_3\left(\frac{\Theta_\sigma}{\Theta_\sigma}\right) \approx \frac{1}{T_{\sigma\sigma} p} = \frac{\alpha_{\sigma\sigma} F_\sigma}{m_\sigma C_\sigma p}$,

$\Phi_3\left(\frac{\Theta_\sigma}{Q_n}\right) \approx \frac{1}{m_\sigma C_\sigma p + \alpha_{\sigma\sigma} F_\sigma}$ – инерционное звено, регулируется просто, достаточно П-регулятора.

При нормальной нагрузке имеем объект с $\Phi_3\left(\frac{\Theta_\sigma}{Q_n}\right)$ (П1-1), имеющий реальное дифференцирующее, интегрирующее и апериодическое звенья, поэтому могут потребоваться в разной степени все составляющие ПИД-закона регулирования.

Предыдущие рассуждения по выбору составляющих ПИД-закона регулирования от нагрузки автоклава формализованно можно представить матрицей экспертных оценок³⁸. В данном случае матрица экспертных оценок (табл. П1.1) составляется для нормализованных весов j -тых составляющих ПИД-закона для каждой i -той нагрузки q_{ij} ,

$$\sum_{j=1}^3 q_{ij} = 1 \text{ и нормализованных весовых коэффициентов нагрузки } \mu_i,$$

$$\sum_{i=1}^3 \mu_i = 1.$$

³⁷ Пикина Г. А., Бурцева Ю. С. Беспискавая настройка линейных регуляторов на минимум квадратичного критерия // Теплоэнергетика. 2014. № 3. С. 23–27.

³⁸ Системный анализ и принятие решений : Словарь-справочник / Под ред д. э н., проф. В. Н. Волковой и д т. н., проф. В. Н. Козлова. М. : Вышш. шк., 2004.

Матрица экспертных оценок

Загрузка (i)	Составляющие (j) ПИД-закона и соответствующие нормализованные веса q_{ij}			Вес коэффициента μ_i
	П	И	Д	
Малая $T_{об} \ll 1$ сек	0,6	0,2	0,2	0,1
Нормальная $T_{об} \approx 30$ сек	0,5	0,4	0,1	0,7
Большая $T_{об} \gg 1$ сек	0,6	0,2	0,2	0,2
Показатель $R_j = \sum_{i=1}^3 \mu_i q_{ij}$	0,53	0,34	0,13	

Для каждого j -того решения вычисляется показатель R_j как сумма произведений нормализованного веса j -того решения на соответствующий весовой коэффициент μ_i , причем показатели R_j получаются нормализованными $\sum_{j=1}^3 R_j = 1$. Оптимальное решение определяется по максимальному значению R_j . В таком случае наибольшее применение имеет пропорциональная составляющая ПИД-закона регулирования.

5. Обсуждение и заключение

Для качественного исследования вопросов управляемости и устойчивости приближенной модели теплового процесса нагрева воды паром в автоклаве в зависимости от параметров процесса необходимо совместное представление модели как во временной (в пространстве состояний), так и в частотной (в виде передаточных функций) областях с анализом соотношения параметров в виде неравенств, а для выбора регулятора процесса удобно применить матрицу экспертных оценок.

Результаты исследования послужат материалом для разработки реальной модели процесса автоклавирования с учетом статических и динамических характеристик измерительных, преобразовательных и исполнительных элементов, исследования влияния и компенсации инерционностей и нелинейностей реальных элементов с последующей разработкой автоматизированной системы управления процессом автоклавирования. Результаты работы могут быть использованы

для исследования общих и прикладных проблем оптимального управления³⁹ как в пищевой, так и в других отраслях промышленности, например в промышленности стройматериалов⁴⁰ и производстве резинотехнических изделий^{41, 42}.

³⁹ Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкредидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М. : Наука, 1969. 384 с.

⁴⁰ Alonso A. A., Banga J. R., Perez-Martin R. Modeling and adaptive control for batch sterilization // Computers & chemical engineering. 1998. Т. 22. № 3. С. 445–458.

⁴¹ Киргин Д. С. Алгоритмы управления технологическим процессом вулканизации установки автоклав // Вестник ИрГТУ. 2011. № 8 (55). С. 195–199.

⁴² Taricco T. Autoclave cure systems // ASM International, Engineered Materials Handbook. 1987. Т. 1. С. 645–648.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

АДАПТИВНОЕ ИТЕРАЦИОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Создание и развитие эффективных аграрных комплексов, обеспечивающих высокую урожайность при минимальных временных, материальных и энергетических затратах, невозможно без применения систем автоматического управления (САУ), позволяющих с высокой точностью поддерживать микроклимат теплицы. Усовершенствование САУ микроклимата направлено на нейтрализацию влияния параметрических возмущений процессов внутри и вне теплицы. На примере канала регулирования температуры в теплице с контуром отопления на основе горячего трубного водоснабжения предложен адаптивный итерационный (поисковый) алгоритм подстройки составляющих пропорционального-интегрального-дифференциального (ПИД) – регулятора в контуре отопления для обеспечения требуемого качества процесса регулирования.

За основу синтеза управления принята параметрически неопределенная модель температуры в теплице, структура которой на основе принципа суперпозиции преобразована к виду с сосредоточенными на выходную координату управлением и возмущениями. Применение адаптивного ПИД-регулятора основано на анализе базы данных реального времени, содержащей тренды управляемого процесса. Используя операторы языка СУБД или SQL-запросы, оцениваем качество регулирования, по оценке качества корректируются пропорциональная и дифференциальная составляющая ПИД-регулятора так, чтобы система управления работала на грани перехода в режим автоколебаний. Возникающая статическая ошибка компенсируется изменением задающего воздействия.

Проведено моделирование в программном комплексе MBTU (SimInTech) реальной структуры одноконтурной САУ температурой в теплице с включенными регулирующим, исполнительным и измерительным элементами и при наличии запаздывания в движении теплоносителя. Показано, что предлагаемый алгоритм адаптации, заключающийся в аддитивной подстройке коэффициентов ПИД-регулятора, удобно реализуемый в SCADA-системе, обеспечивает минимально колебательное поддержание температуры при произвольных параметрических возмущениях и наличии запаздывания.

Предлагаемый алгоритм адаптации обеспечивает компенсацию неопределенности модели и возмущений, при этом достигается тре-

буемая точность поддержания температуры в теплице. Результаты исследования послужат материалом для разработки многоконтурной САУ микроклимата теплицы с исследованием влияния и компенсации параметрической и структурной неопределенности, инерционностей и нелинейностей реальных элементов. Результаты работы могут быть использованы во многих отраслях народного хозяйства для исследования общих и прикладных проблем цифрового адаптивного управления процессами.

1. Введение

1.1. Приближенная модель процесса

Процесс изменения микроклимата теплицы является многоконтурным, многопараметрическим и зависит от множества внешних и внутренних факторов^{43, 44}. К внешним факторам относятся температура и влажность наружного воздуха, интенсивность солнечного излучения, направление и скорость ветра и т. п. К внутренним факторам относятся геометрические размеры теплиц, расположение элементов систем отопления и вентиляции, виды грунтов, генетические свойства и виды растений и т. п. Кроме того, в замкнутых контурах управления микроклиматом каналы управления могут значительно влиять друг на друга. Для учета этих факторов задачу управления микроклиматом целесообразно решать на основе современных методов теории автоматического управления^{45, 46}.

Для иллюстрации предлагаемого адаптивного итерационного алгоритма управления рассмотрим канал регулирования температуры теплицы с отоплением горячим трубным водоснабжением, что применяется в северных регионах, где наружная температура меньше требуемой для создания микроклимата внутри теплицы. На основании закона сохранения тепловой энергии приближенная модель изменения температуры в теплице в зависимости от управляющего и основных возмущающих воздействий представляется в^{47, 48, 49, 50, 51} уравнением

⁴³ Грудинин В. С. Управление микроклиматом и средства фитомониторинга // Аграрная наука Евро-Северо-Востока. 2007. № 10. С. 124–127.

⁴⁴ Герасимов Д. Н., Лызлова М. В. Адаптивное управление микроклиматом в теплицах // Известия РАН. Теория и системы управления. 2014. № 6. С. 124–135.

⁴⁵ Теория автоматического управления / В. Б. Яковлев [и др.]. М. : Высш. шк., 2009. 568 с.

⁴⁶ Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб. : Наука, 2000. 549 с.

⁴⁷ Герасимов Д. Н., Лызлова М. В. Адаптивное управление микроклиматом в теплицах // Известия РАН. Теория и системы управления. 2014. № 6. С. 124–135.

$$k_T \frac{dt^o}{dt} = k_c t_c^o + k_{OT} (t_{\text{зад}}^o - t^o) - k_{ox} (t^o - t_{\text{нв}}^o) - k_u E, \quad (\text{П2-1})$$

где t^o – текущая температура воздуха в теплице, $t_{\text{зад}}^o$ – температура труб или воды в системе отопления, $t_{\text{нв}}^o$ – температура наружного воздуха, t – время;

k_T – конструктивный коэффициент теплицы в $\text{кг}/(\text{К} \cdot \text{с}^2)$, который определяется из выражения: $k_T = \rho C_p V_T / A_T$, в котором ρ – плотность воздуха в $\text{кг}/\text{м}^3$, C_p – удельная теплоемкость воздуха в $\text{Дж}/(\text{К} \cdot \text{кг})$, V_T – объем теплицы в м^3 , A_T – площадь теплицы в м^2 ;

k_c – коэффициент нагрева от солнца в $\text{кг}/(\text{К} \cdot \text{с}^3)$, t_c^o – температура воздействия от солнечного излучения;

k_{OT} – коэффициент эффективности системы отопления в $\text{кг}/\text{К} \cdot \text{с}^3$, который определяется по формуле: $k_{OT} = C_h A_h / A_T$, где C_h – коэффициент преобразования тепла системы отопления $\text{Вт}/(\text{К} \cdot \text{м}^2)$, A_h – площадь нагревательных элементов м^2 ;

k_{ox} – коэффициент охлаждения в $\text{кг}/(\text{К} \cdot \text{с}^3)$, который определяется двумя составляющими: $k_{ox} = \rho C_p \varphi_v(t) + \varphi_c A_c / A_n$, где $\varphi_v(t)$ – естественная вентиляция $\text{м}/\text{с}$, A_c – площадь стен и потолка теплицы м^2 , φ_c – коэффициент передачи тепла в окружающую среду $\text{Вт}/(\text{К} \cdot \text{м}^2)$;

k_u , E – коэффициент и скорость транспирации воды соответствующих размерностей.

Уравнению (П2-1) соответствует структура объекта управления ОУ (теплицы) (рис. П2.1), которая является структурно-определенной, но неопределенной параметрически. Эта структура имеет один канал управления и три канала возмущений, распределенно влияющих на выходную координату, а также две внутренние обратные связи, что затрудняет использование этой структуры (см. рис. П2.1) для исследования влияния управления и возмущений.

⁴⁸ Токмаков Н. М., Грудинин В. С. Математическая модель системы управления микроклиматом ангарных теплиц // Гавриш. 2008. № 3. С. 28–32.

⁴⁹ Von Zabeltitz C. Greenhouse Structures // Ecosystems of the World. 1999. V. 20. P. 17–69.

⁵⁰ Jones P., Jones J. W., Hwang Y. Simulation for Determining Greenhouse Temperature Set Points // Transactions of the ASAE. 1990. V. 33 (5). P. 1722–1728.

⁵¹ Van Straten G., Van Henten E.J. Optimal Greenhouse Cultivation Control: Survey and Perspectives // Dept. Agrotechnology and Food Science. Systems and Control. 2010. P. 18–33.

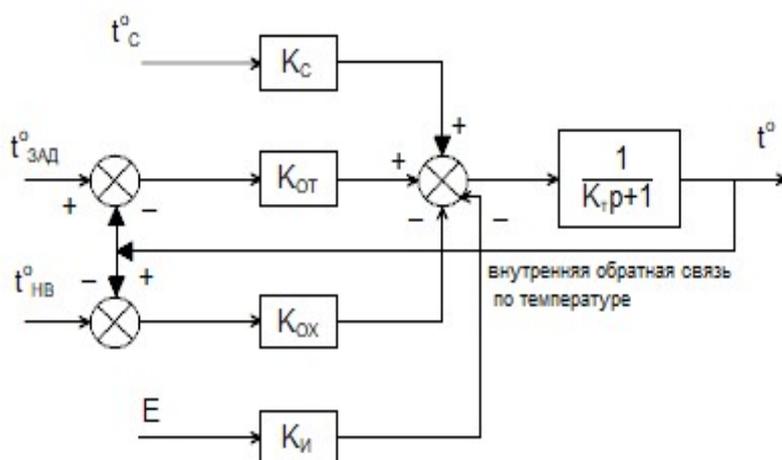


Рис. П2.1. Исходная структура объекта управления

1.2. Цель работы

Цель работы заключается в повышении точности поддержания температуры воздуха в теплице, для чего решаются задачи:

- приведения исходной модели ОУ (П2-1) и соответствующей структуры (см. рис. П2.1) к виду, удобному для исследования влияния неопределенности параметров модели и возмущающих воздействий;
- разработки алгоритма адаптации регулятора для структуры системы управления с учетом реальных элементов и запаздывания в передаче теплоносителя;
- проверки работоспособности реальной САУ температурой в теплице путем компьютерного моделирования.

2. Обзор литературы

Наиболее распространенным на практике методом регулирования температуры в теплице является введение ПИД-регулятора в контур отопления^{52, 53} из-за его простоты, но он имеет ограничения по качеству регулирования, так как не учитывает неопределенность параметров и действие возмущений. Применение искусственных нейронных сетей^{54, 55} позволяет получить высокую точность регулирования, но сложно при-

⁵² Токмаков Н. М., Грудинин В. С. Математическая модель системы управления микроклиматом ангарных теплиц // Гавриш. 2008. № 3. С. 28–32.

⁵³ Songwei Zeng, Haigen Hu Lihong Xu, Guanghui Li. Nonlinear Adaptive PID Control for Greenhouse Environment Based on RBF Network // Sensors. 2012. V. 12. P. 5328–5348.

⁵⁴ Seginer I., Boulard T., Bailey B.J. Neural Network Models of the Greenhouse Climate // J. Agricultural Engineering Research. 1994. V. 59. P. 203–216.

⁵⁵ Kok R., Lacroix R., Clark G., Taillefer E. Imitation of a Procedural Greenhouse Model with an Artificial Neural Network // Canadian Agricultural Engineering. 1994. V. 36 (2). P. 117–126.

менимо на практике из-за необходимости обучения. Это касается использования достаточно сложных интеллектуальных систем^{56, 57}. Применение математических моделей^{58, 59} позволяет учесть некоторые нелинейности в динамике, но не учитывает неопределенность параметров. Методы адаптивного и модального управления^{60, 61} применены в работах^{62, 63, 64} для синтеза одноканального регулятора и в работе⁶⁵ для синтеза многоканального регулирования микроклимата теплицы, где использованы беспойсковые алгоритмы адаптации на основе идентификации неопределенных параметров и оценки их состояния. Беспойсковые алгоритмы адаптации требуют значительных вычислительных ресурсов, так как для их реализации необходима достаточно полная информация о действующих изменениях параметров и возмущений и их принадлежности определенному классу.

В некоторых случаях создания системы управления микроклиматом на основе общепромышленных SCADA-систем⁶⁶, когда имеет-

⁵⁶ Songwei Zeng, Haigen Hu Lihong Xu, Guanghui Li. Nonlinear Adaptive PID Control for Greenhouse Environment Based on RBF Network // Sensors. 2012. V. 12. P. 5328–5348.

⁵⁷ Грудинин В. С. Адаптивная компьютерная система управления микроклиматом // Аграрная наука Евро-Северо-Востока. 2007. № 9. С. 137–142.

⁵⁸ Ferreira P. M., Ruano A. E. Discrete ModelBased Greenhouse Environmental Control Using the Branch & Bound Algorithm // The International Federation of Automatic Control. Seoul, Korea, 2008. P. 2937–2943.

⁵⁹ Efren Fitz-Rodriguez, Chieri Kubota, Gene A. Giacomelli, Milton E. Tignor, Sandra B. Wilson, Margaret McMahon. Dynamic modeling and simulation of greenhouse environments under several scenarios: A web-based application // Computers and Electronics in Agriculture. 2010. 70. P. 105–116.

⁶⁰ Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб. : Наука, 2000. 549 С.

⁶¹ Григорьев В. В., Журавлева Н. В., Лукьянова Г. В. и др. Анализ систем автоматического управления методом модального управления // СПб. : СПб ГУ-ИТМО, 2007. 108 с.

⁶² Songwei Zeng, Haigen Hu Lihong Xu, Guanghui Li. Nonlinear Adaptive PID Control for Greenhouse Environment Based on RBF Network // Sensors. 2012. V. 12. P. 5328–5348

⁶³ Грудинин В. С. Адаптивная компьютерная система управления микроклиматом // Аграрная наука Евро-Северо-Востока. 2007. № 9. С. 137–142.

⁶⁴ Berenguel M., Yebra L.J., Rodríguez F. Adaptive Control Strategies for Greenhouse Temperature Control // En viado a ECC'03. UK, Cambridge, 2003.

⁶⁵ Герасимов Д. Н., Лызлова М. В. Адаптивное управление микроклиматом в теплицах // Известия РАН. Теория и системы управления. 2014. № 6. С. 124–135.

⁶⁶ SCADA TRACE MODE. AdAstrA Research Group.

ся возможность применения стандартного ПИД-регулятора, но или нет возможности реализации экстраполятора Смита⁶⁷ для компенсации транспортного запаздывания, или неизвестна точная структура модели объекта управления, требуется поддерживать состояние температурного режима с максимально высокими настроечными коэффициентами регулятора⁶⁸. Некоторые SCADA-системы имеют средства для автоматической настройки ПИД-регулятора⁶⁹, но в системах с большими транспортными задержками их работа не приводит к нужному результату. В условиях нестационарности объекта это может привести к срыву процесса управления в автоколебательный режим, что нередко и наблюдается на практике.

3. Материалы и методы

Приведение исходной модели температуры воздуха в теплице (П2-1) и соответствующей структуры ОУ к виду, удобному для исследования параметрической неопределенности модели и возмущающих воздействий, проведено путем формального алгебраического преобразования уравнения теплового баланса (П2-1) и по правилам эквивалентных преобразований структурных схем линейных САУ⁷⁰. В результате преобразований получена структура реальной системы управления температурой в теплице (рис. П2.2), в которой в более определенной структуре ОУ сосредоточенно на выходную координату через апериодические звенья с постоянной времени T_T в секундах, равную отношению $T_T = k_T / (k_{OT} + k_{ox})$, действуют управление и возмущения, исключена внутренняя обратная связь, в канал управления температурой введены регулирующий, исполнительный и измерительный элементы, а также учтено запаздывание в движении теплоносителя.

На основе проведенного анализа существующих решений по синтезу САУ температурой в теплице в работе используется ПИД-регулирование в SCADA-системе с учетом запаздывания и адаптивный итерационный (поисковый) алгоритм подстройки ПИД-регулятора для компенсации произвольных не заданных заранее параметриче-

⁶⁷ Мееров М. В. Адаптивные компенсирующие регуляторы с предиктором Смита // Автоматика и телемеханика. 2000. № 10. С. 125–135.

⁶⁸ Денисенко В. В. ПИД регуляторы: принципы построения и модификации // Современные технологии автоматизации. 2006. № 4. С. 66–74; 2007. № 1. С. 78–88.

⁶⁹ Зорин С. В. ПИД-закон регулирования. Метод нахождения ПИД-коэффициентов. URL: <http://www.termodat.ru/pdf/pid.pdf>.

⁷⁰ Теория автоматического управления / В. Б. Яковлев [и др.]. М. : Высш. шк., 2009. 568 с.

ских возмущений. Применение итерационного (поискового) алгоритма адаптации обусловлено тем, что для реальных процессов, как проектируемых, так и функционирующих, есть предварительная информация об управляемом процессе.

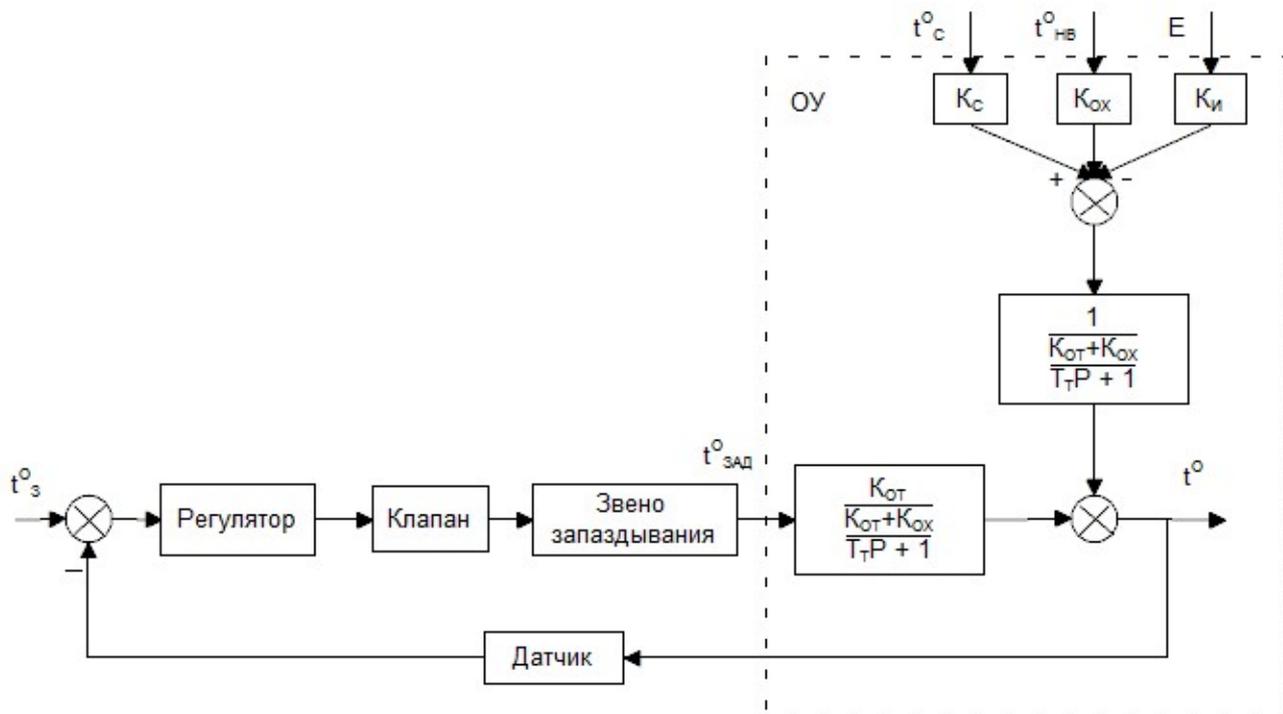


Рис. П2.2. Структура реальной системы управления температурой теплицы

Структурная схема итерационного алгоритма определения параметров динамики процесса и подстройки коэффициентов ПИД-регулятора представлена на рис. П2.3. В предположении, что в системе управления ведется база данных реального времени, содержащая тренды управляемого процесса, можно применить адаптивный регулятор, использующий анализ этой базы данных. В его основе лежит оценка предыдущего состояния процесса регулирования. Если известна основная постоянная времени процесса регулирования T_o и период дискретизации T_δ системы управления, то известно и количество записей в базе данных относительно текущего момента, которые могут дать информацию о ходе регулирования с числом выборок $N = T_o/T_\delta$. Используя или операторы языка СУБД, или SQL-запросы, можно определить температуры $t_{мин}^0$, $t_{макс}^0$, $t_{ср}^0$, период T_k и амплитуду A_k колебаний процесса регулирования.

Оценка качества процесса регулирования заключается в проверке, укладывается ли амплитуда колебаний A_k в пределы допустимой амплитуды ε_k и какова величина статической ошибки регулирования

$\Delta t^0 = t_z^0 - t_{cp}^0$. По полученной оценке производится коррекция коэффициентов регулятора K_n и K_d в сторону увеличения или уменьшения.

Одновременно вводится значение надбавки дополнительно к заданной температуре $t_y^0 = t_z^0 \pm \Delta t^0$, чтобы скомпенсировать статическую ошибку. Одновременно проверяются допустимые границы изменения коэффициентов. Ввиду большого значения транспортной задержки применение интегральной составляющей регулятора ограничено и здесь не используется.

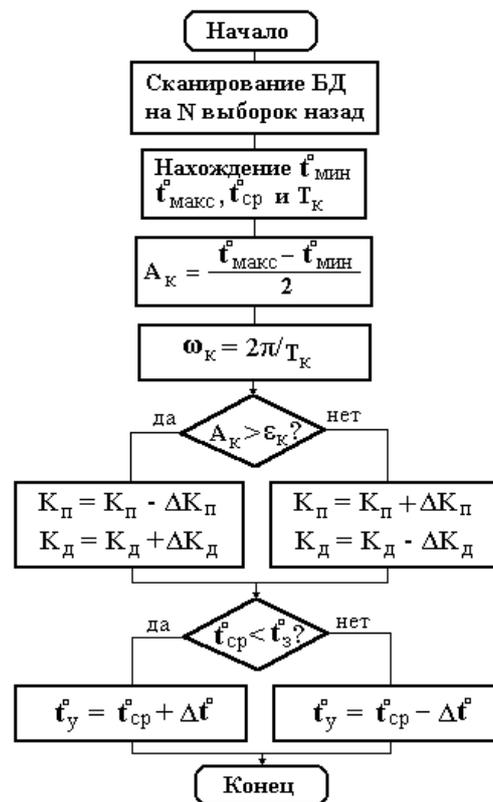


Рис. П2.3. Алгоритм определения параметров процесса и подстройки коэффициентов ПИД-регулятора

4. Результаты исследования

Для проверки поведения реальной САУ со структурой, приведенной на рис. П2.2, с адаптивным итерационным регулятором составлена ее модель в пакете моделирования MBTU (SimInTech)^{71,72}

⁷¹ Козлов О. С. и др. Программный комплекс «Моделирование в технических устройствах». URL: model.exponenta.ru. 2008; <http://model.exponenta.ru/mvtu/20050615.html>.

⁷² Карташов Б. А., Шабаетв Е. А., Козлов О. С., Щекатуров А. М. Среда динамического моделирования технических систем SimInTech. Практикум по моделированию систем автоматического регулирования. М. : ДМК Пресс, 2017. 423 с.

(рис. П2.4). На представленной модели блок адаптации БА производит поиск бесколебательной зоны управления в пределах допустимых изменений коэффициентов ПИД-регулятора.

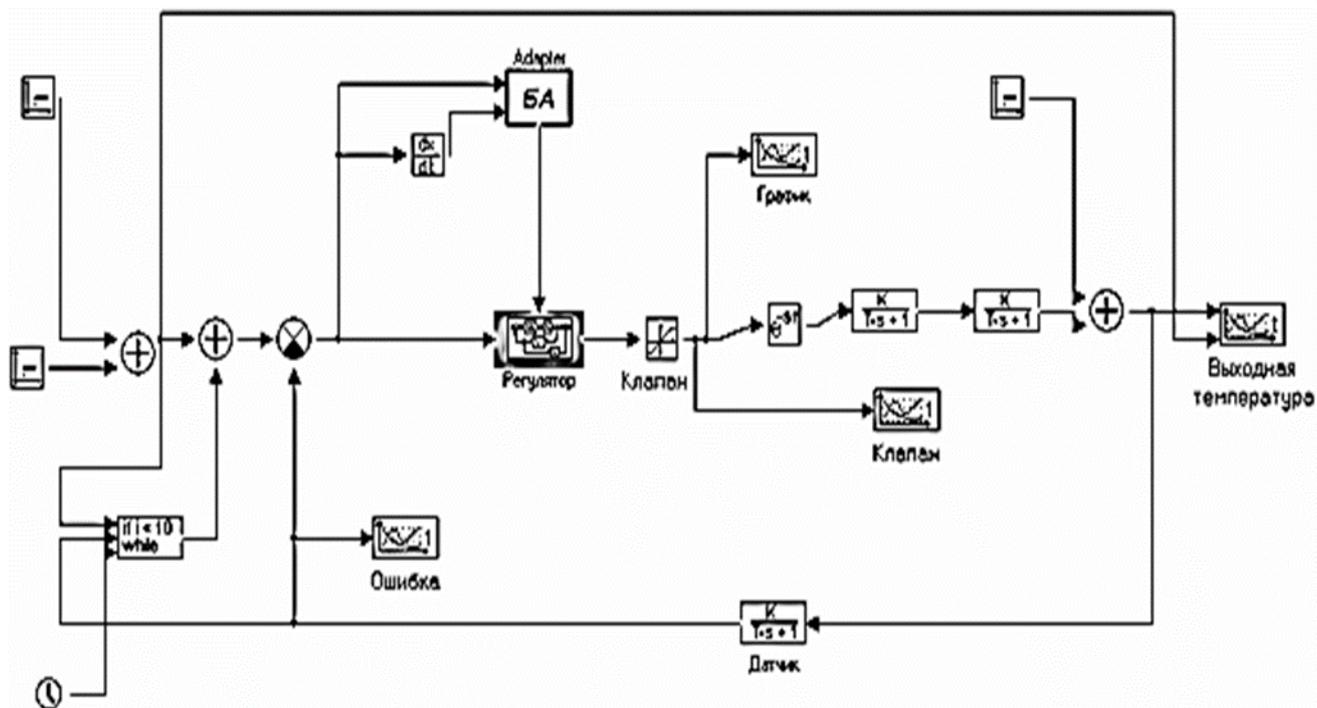


Рис. П2.4. Модель адаптивной итерационной системы управления

Параметры модели следующие: $t_s^0 = 20$ °С, ПИД-регулятор, регулируемый клапан, представлен в виде звена с насыщением, $K_{кл} = 0,55$. Задержка, обусловленная транспортным запаздыванием теплоносителя, $\tau = 240$ с. Передаточная функция теплицы в канале управляющего воздействия представлена двумя апериодическими звеньями, первое из которых учитывает трубное отопление, а второе – собственно теплицу по структуре рис. П2.2. Коэффициент передачи теплицы, определенный по кривой выбега, $K_m = 0,39$, постоянная времени $T_o = 2400$ с. Коэффициент передачи цепи обратной связи $K_o = 1$, постоянная времени обратной связи $T_o = 9$ с.

Так как процесс вхождения в бесколебательную зону может сопровождаться снижением пропорционального коэффициента регулятора и увеличением статической ошибки, то вторая составляющая блока адаптации, в виде программного блока, производит оценку ошибки и подстройку задающего воздействия через добавку Δt^o .

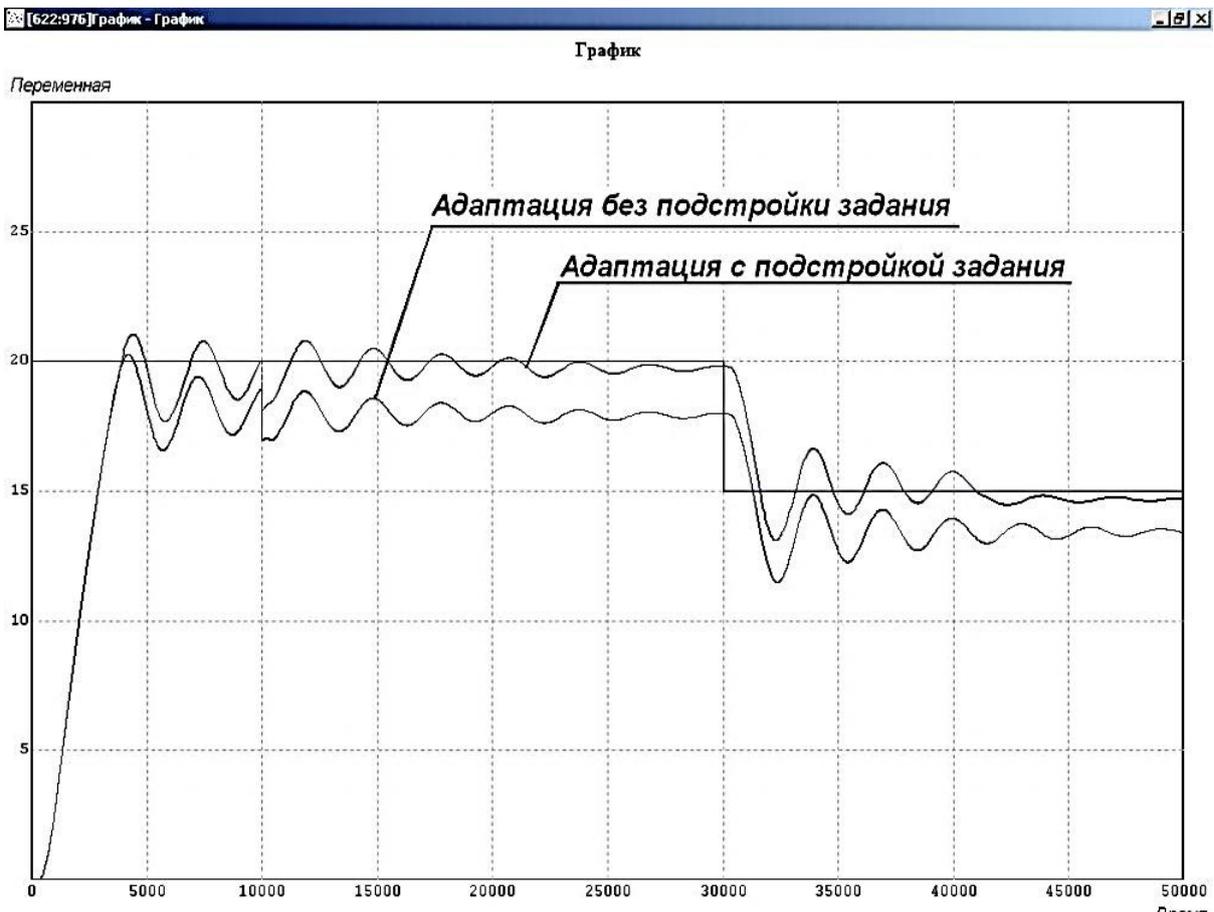


Рис. П2.5. Результаты моделирования адаптивной итерационной системы управления

Результаты моделирования при задании температуры $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ и дальнейшем ее снижении до $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ представлены на рис. П2.5, там же показано влияние возмущающего воздействия на 10000-й секунде процесса.

5. Обсуждение и заключение

Из полученных результатов моделирования видно, что подстройка коэффициентов ПИД-регулятора приводит к снижению колебательности процесса до допустимых пределов при повышении статической ошибки. Применение блока подстройки задающего воздействия эту ошибку устраняет, заставляя систему работать на грани перехода в колебательный режим. Таким образом, применение предлагаемого алгоритма адаптации в системе управления с большими транспортными задержками позволит избежать явления колебательности процесса, снизит износ регулирующего оборудования и повысит качество управления.

Предлагаемый алгоритм адаптации, заключающийся в аддитивной подстройке коэффициентов ПИД-регулятора, удобно реализуемый в SCADA-системе, обеспечивает компенсацию неопределенно-

сти модели и возмущений, при этом достигается требуемая точность поддержания температуры в теплице. Результаты исследования послужат материалом для разработки многоконтурной САУ микроклимата теплицы с исследованием влияния и компенсации параметрической и структурной неопределенности, инерционностей и нелинейностей реальных элементов. Результаты работы могут быть использованы во многих отраслях народного хозяйства для исследования общих и прикладных проблем цифрового адаптивного управления процессами^{73, 74, 75} с ПИД-регулированием координат⁷⁶, например, в системах управления интеллектуальными зданиями⁷⁷, в радиотехнике⁷⁸, в пищевой промышленности⁷⁹, в стройиндустрии⁸⁰, в производстве резинотехнических изделий⁸¹ и других.

⁷³ Теория автоматического управления / В. Б. Яковлев [и др.]. М. : Высш. шк., 2009. 568 с.

⁷⁴ Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб. : Наука, 2000. 549 С.

⁷⁵ Олссон Г., Пиани Д. Цифровые системы автоматизации и управления. СПб. : Невский Диалект, 2001. 557 с.

⁷⁶ Åström K. J., Hägglund T., Astrom K. J. Advanced PID control. 2006. 460 p.

⁷⁷ Карпенко А.В., Петрова И.Ю. Модели управления микроклиматом в помещении // Фундаментальные исследования. 2016. № 7-2. С. 224–229.

⁷⁸ Гудкова Н. Приложение принципов адаптивного моделирования к задачам управления динамическими объектами типа «черный ящик» // Современная электроника. 2012. № 8. С. 68–70.

⁷⁹ Анализ управляемости и устойчивости приближенной модели теплопереноса в автоклаве / С. А. Мокрушин [и др.] // Вестник Мордовского университета. 2018. Т. 28. № 3. С. 416–428.

⁸⁰ Alonso A. A., Banga J. R., Perez-Martin R. Modeling and adaptive control for batch sterilization // Computers & Chemical Engineering. 1998. Т. 22. №. 3. С. 445–458.

⁸¹ Киргин Д. С. Алгоритмы управления технологическим процессом вулканизации установки автоклав // Вестник ИрГТУ. 2011. Т. 55. № 8. С. 195–199.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

ОПТИМАЛЬНОЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ И ТОЧНОСТИ УПРАВЛЕНИЕ ПРОГРАММНЫМ ДВИЖЕНИЕМ

Задачи быстродействия, точности и энергосбережения являются типовыми задачами в теории и практике оптимального управления. Для достижения предельного быстродействия в большинстве случаев необходимо кусочно-постоянное управление с максимально возможными амплитудами на интервалах знакопостоянства, что ведет к перерегулированию координат, а интервалы знакопостоянства определяются нелинейными поверхностями переключения. К тому же при оптимальном быстродействии не обеспечивается устойчивость конечного состояния. Указанные недостатки оптимального быстродействия приводят к тому, что требование минимального отклонения от заданного движения становится важнее быстродействия, что необходимо для обеспечения требуемых по технологии режимов работы оборудования. В качестве основного метода нахождения оптимального управления по заданным траекториям с изменяемым временем регулирования используется принцип максимума Понтрягина, дополненный условиями общности положения (УОП) для нелинейных систем в расширенном пространстве координат, учитывающим объект, нелинейный по отклонениям координат критерий и явное вхождение времени. Для расширения алгоритмов управления исследуются элементы векторов, влияющих на выполнение УОП. Определение характера состояний равновесия объекта под особым управлением проводится методами качественной теории дифференциальных уравнений. Для оценки связи быстродействия и точности в интегральный критерий точности введен параметр, аналогичный постоянной времени линейного апериодического звена первого порядка, характеризующий время регулирования. Для сравнения алгоритмов управления и времени регулирования по предлагаемому способу программного движения и оптимального быстродействия рассмотрен известный классический пример о минимальном времени перехода в начало координат объекта с двумя последовательно соединенными интеграторами. С помощью УОП получены новые алгоритмы управления и структуры замкнутых систем. Определены соотношения между параметром времени регулирования и начальными условиями для координат. С учетом ограничения по управлению получены условия реализации непрерывного особого управления и/или скользящего режима. Ана-

литические материалы подтверждены результатами моделирования систем в программе Simulink пакета MatLab.

Предлагаемый подход по оптимальному управлению по заданным траекториям с изменяемым временем регулирования на основе принципа максимума, УОП и качественного исследования особых траекторий и управлений показал свою работоспособность и конструктивность. Здесь можно говорить об использовании УОП для синтеза оптимального управления, а не только анализа существования и вычисления особого управления. Результаты работы могут быть использованы для управления, в том числе нелинейными объектами, в робототехнике, тепловыми процессами (печи, автоклавы, прерывистое управление отоплением зданий).

Введение

Задача перевода управляемой системы из одного состояния в другое по заранее заданным, желаемым, программным траекториям, наряду с задачами быстрогодействия и ресурсо- и энергосбережения, относится к основной, типовой задаче теории и практики оптимального управления объектами. При этом программным путем, т. е. в функции времени, могут быть заданы рабочие режимы работы оборудования^{82, 83, 84} или программы температурных режимов в процессах теплопереноса и терморегулирования^{85, 86}.

В задаче синтеза программного движения для обеспечения наперед заданной в функции времени траектории движения (обычно конечной координаты) под управлением в замкнутой системе (с управлением

⁸² Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. О проблематике синтеза координирующих систем автоматического управления // Известия ЮФУ. Технические науки. 2012. № 3 (128). С. 172–180.

⁸³ Бойчук Л. М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. М. : Энергия, 1971. 112 с.

⁸⁴ Хорошавин В. С. Синтез программного движения на основе оптимального, включая особое, управления // Труды IX международной (XX Всероссийской) конференции по автоматизированному электроприводу АЭП-2016. 2016. С. 226–228.

⁸⁵ Плешивцева Ю. Э., Дьяконов А. И., Попов А. В. Модельные двумерные задачи оптимального по типовым критериям качества управления температурными режимами индукционного нагрева // Теоретические и прикладные аспекты современной науки. 2015. № 9-2. С. 94–104.

⁸⁶ Анализ управляемости и устойчивости приближенной модели теплопереноса в автоклаве / С. А. Мокрушин, В. С. Хорошавин, С. И. Охапкин, А. В. Зотов, В. С. Грудинин // Вестник Мордовского университета. 2018. Т. 28. № 3. С. 416–428.

в функции координат) многие авторы (например, А. А. Колесников⁸⁷) указывают на три группы методов задания и решения этой задачи:

– инженерный метод формирования переходного процесса с заданием показателей качества (времени первого согласования, колебательности, перегулирования, времени переходного процесса и других) на основе логарифмических амплитудных и фазовых частотных характеристик В. В. Солодовникова⁸⁸;

– аналитический, когда при известных в функции времени траекториях объекта, известной структуре и звеньях системы путем обратного решения с выхода на вход находятся координаты и управления в функции времени, а после исключения времени формируется управление в функции координат. К этой группе можно отнести метод «структурного синтеза» Л. М. Бойчука⁸⁹;

– интегральный метод решения оптимальной задачи на минимум ресурсов^{90, 91}, программного движения⁹², оптимального по точности управления^{93, 94}, оптимального регулятора выхода⁹⁵ с подынтегральной функцией, учитывающей ресурсы системы по координатам и управлению (методы классического вариационного исчисления Эйлера – Лагранжа⁹⁶, принципа максимума Л. С. Понтрягина⁹⁷, динами-

⁸⁷ Колесников А. А. Последовательная оптимизация нелинейных агрегированных систем управления. М. : Энергоатомиздат, 1987. 160 с.

⁸⁸ Теория автоматического управления / В. Б. Яковлев, С. Е. Душин, Н. С. Зотов, Д. Х. Имаев М. : Высш. шк., 2009. 568 с.

⁸⁹ Бойчук Л. М. Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. М. : Энергия, 1971. 112 с.

⁹⁰ Атанс М., Фалб П. Оптимальное управление. М. : Машиностроение, 1968. 634 с.

⁹¹ Олейников В. А. Оптимальное управление технологическими процессами в нефтяной и газовой промышленности. Л. : Недра, 1982. 216 с.

⁹² Хорошавин В. С., Зотов А. В. Особое оптимальное управление нелинейными объектами. Киров : Науч. изд-во ВятГУ, 2019. 219 с.

⁹³ Плешивцева Ю. Э., Дьяконов А. И., Попов А. В. Модельные двумерные задачи оптимального по типовым критериям качества управления температурными режимами индукционного нагрева // Теоретические и прикладные аспекты современной науки. 2015. № 9-2. С. 94–104.

⁹⁴ Аналитическое конструирование регуляторов, оптимальных по точности и быстродействию / В. В. Сурков, Б. В. Сухинин, В. И. Ловчаков, А. Э. Соловьев. Тула : Тул. Гос. Ун-т, 2005. 300 с.

⁹⁵ Атанс М., Фалб П. Оптимальное управление. М. : Машиностроение, 1968. 634 с.

⁹⁶ Петров Ю. П. Вариационные методы теории оптимального управления. Л. : Энергия, 1977. 280 с.

ческого программирования Р. Беллмана⁹⁸, аналитического конструирования регуляторов А. А. Фельдбаума⁹⁹, А. М. Летова¹⁰⁰, Р. Калмана¹⁰¹; функционала обобщенной работы А. А. Красовского¹⁰², упреждающего функционала А. А. Колесникова¹⁰³).

Известные методы синтеза применимы в основном для линейных объектов, причем требуют многократного последовательного применения для получения конечного результата. Вид переходного процесса с помощью интегральных показателей иногда пытались решить путем выбора для данного объекта такого интегрального критерия, который позволил бы учесть инженерные показатели качества регулирования. Для этого вводились весовые коэффициенты аддитивных составляющих и изменяющиеся показатели степени для подынтегрального выражения в функционале. В некоторых случаях удавалось получить требуемые для качества системы весовые коэффициенты и показатели степени. Но в целом, несмотря на продолжающиеся попытки такого решения в задачах оптимального управления, стабилизации, фильтрации, создать формализованную процедуру соответствия инженерным требованиям переходного процесса с помощью интегрального функционала не удалось.

Методы исследования

В данной работе автор, идя от аналитического задания вида переходного процесса, вводит в функционал квадрат отклонений заданного программного движения от текущего. Использование квадрата отклонений имеет ясный смысл потому, что знак отклонения не влияет на величину критерия и большие отклонения штрафуются больше, чем малые. Но не исключено, что лучшие результаты, особенно для нелинейных объектов, могут быть получены и при других показате-

⁹⁷ Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М. : Наука, 1969. 384 с.

⁹⁸ Беллман Р. Динамическое программирование. М. : Иностран. лит., 1960. 232 с.

⁹⁹ Фельдбаум А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем. М. : Наука, 1966. 623 с.

¹⁰⁰ Летов А. М. Динамика полета и управление. М. : Наука, 1969. 319 с.

¹⁰¹ Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М. : Едиториал УРСС, 2004. 400 с.

¹⁰² Красовский А.А. Развитие принципа минимума обобщенной работы // Автоматика и телемеханика. 1987. № 1. С. 13–23.

¹⁰³ Колесников А. А. Последовательная оптимизация нелинейных агрегированных систем управления. М. : Энергоатомиздат, 1987. 160 с.

лях степени отклонений и весовых коэффициентах аддитивных составляющих в подынтегральном выражении функционала.

На практике основным методом решения задач быстродействия, точности и энергосбережения служит принцип максимума Понтрягина. Задача программного движения по определению является нелинейной по координатам, так как критерий нелинеен по координатам. Поэтому даже для линейных объектов при использовании принципа максимума возможно возникновение особых ситуаций, когда принцип максимума не определяет оптимальное управление. Для определения существования и вычисления особого управления используем аппарат условий общности положения (УОП) для нелинейных объектов^{104, 105}, который, по сравнению с непосредственным исследованием вспомогательных переменных¹⁰⁶ или аппаратом скобок Пуассона¹⁰⁷, позволяет определить особые траектории и особые управления в явном виде от координат и параметров процесса.

Быстродействие принято считать ведущим среди критериев оптимального управления^{108, 109, 110, 111}. Для достижения предельного быстродействия в большинстве случаев необходимо кусочно-постоянное управление с максимально возможными амплитудами на интервалах знакопостоянства, что ведет к перерегулированию координат, а интервалы знакопостоянства определяются нелинейными поверхно-

¹⁰⁴ Олейников В. А. Оптимальное управление технологическими процессами в нефтяной и газовой промышленности. Л. : Недра, 1982. 216 с.

¹⁰⁵ Хорошавин В. С., Зотов А. В. Особое оптимальное управление нелинейными объектами. Киров : Науч. изд-во ВятГУ, 2019. 219 с.

¹⁰⁶ Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М. : Наука, 1969. 408 с.

¹⁰⁷ Габасов Р., Кириллова Ф. М. Особые оптимальные управления. М. : Наука, 1973. 314 с.

¹⁰⁸ Плешивцева Ю. Э., Дьяконов А. И., Попов А. В. Модельные двумерные задачи оптимального по типовым критериям качества управления температурными режимами индукционного нагрева // Теоретические и прикладные аспекты современной науки. 2015. № 9-2. С. 94–104.

¹⁰⁹ Атанс М., Фалб П. Оптимальное управление. М. : Машиностроение, 1968. 634 с.

¹¹⁰ Олейников В. А. Оптимальное управление технологическими процессами в нефтяной и газовой промышленности. Л. : Недра, 1982. 216 с.

¹¹¹ Аналитическое конструирование регуляторов, оптимальных по точности и быстродействию / В. В. Сурков, Б. В. Сухинин, В. И. Ловчаков, А. Э. Соловьев. Тула: Тул. гос. ун-т, 2005. 300 с.

стями переключения. К тому же при оптимальном быстродействии не обеспечивается устойчивость конечного состояния. Указанные недостатки оптимального быстродействия приводят к тому, что требование минимального отклонения от заданного движения становится важнее быстродействия, что характерно для минимаксного критерия Чебышева¹¹².

В общем виде задачу синтеза программных движений как заданных функций координат от времени можно рассматривать как нестационарную задачу для объекта размерности R_n и интегрального функционала, подынтегральная функция которого зависит от времени

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x, t) + B(x, t)U, \\ I &= \int_0^T f_0(x, t, \tau)dt, \end{aligned} \quad (\text{ПЗ-1})$$

где $x \in R_n$ – вектор координат объекта; U – скалярное управление $|U| \leq 1$; τ – параметр, характеризующий скорость изменения координат; элементы вектор-столбцов $A(x, t)$, $B(x, t)$ и подынтегральная функция $f_0(x, t, \tau)$ непрерывны и дифференцируемы по x, t, τ .

Классиками принципа максимума¹¹³ для нахождения оптимального управления исходная задача решается в расширенном пространстве координат размерности R_{n+2} с дополнительными переменными, учитывающими функционал и явное вхождение времени

$$\dot{x}_0 = 1, \dot{x}_{n+1} = f_0(x_0, x), \tilde{x} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x \\ x_{n+1} \end{pmatrix}.$$

Согласно принципу максимума, оптимальным управлением в поставленной задаче (ПЗ-1), ввиду ее линейности по управлению, является релейное управление

$$U_{\text{рел}} = \text{sign}(\Psi, B(\tilde{x})).$$

Для расширенной системы в R_{n+2} с использованием УОП для нелинейных нестационарных объектов¹¹⁴ по рекуррентному соотношению вычисляются векторы B_j ($j = 2, \dots, n + 2$):

¹¹² Филимонов Н. Б. Проблема качества процессов управления: смена оптимизационной парадигмы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 12. С. 2–11.

¹¹³ Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкредидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М. : Наука, 1969. 384 с.

¹¹⁴ Хорошавин В. С., Зотов А. В. Особое оптимальное управление нелинейными объектами. Киров : Науч. изд-во ВятГУ, 2019. 219 с.

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ B(x_0, x) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (ПЗ-2)$$

$$B_j = \frac{\partial B_{j-1}}{\partial U} \frac{dU}{dt} - \left(\frac{\partial A(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial B(\tilde{x})U}{\partial \tilde{x}} \right) B_{j-1} + \frac{\partial B_{j-1}}{\partial \tilde{x}} \frac{d\tilde{x}}{dt}.$$

Образовав матрицу D_{n+2} размером $(n+2) \times (n+2)$ из векторов $(B_1 \dots B_{n+2})$, после приравнивания нулю определителя $\det D_{n+2} = 0$ находятся уравнения особых траекторий и особых управлений, зависящие от параметра τ . Для расширения алгоритмов особого управления исследуются элементы векторов B_j ($j = 2, \dots, n+2$), так как каждый элемент этих векторов влияет на выполнение УОП.

Для определения характера состояний равновесия объекта под особым управлением используются методы качественной теории дифференциальных уравнений¹¹⁵.

Предлагаемый способ синтеза программного движения по форме входит в группу интегральных методов, но по содержанию близок к группе аналитических методов, а в целом отражает синергетический подход к синтезу оптимальных систем управления¹¹⁶.

Результаты исследования

Для иллюстрации предлагаемого подхода к управлению программным движением и сравнения по алгоритмам и времени перехода с оптимальным быстродействием используем линейный объект с двумя последовательно соединенными интеграторами со скалярным управлением

$$\dot{x}_1 = U, \dot{x}_2 = x_1, |U| \leq 1, \quad (ПЗ-3)$$

граничные условия для которого заданы на множестве стационарных состояний $x_1 = 0: x(0) = (0, x_2(0)), x_{\text{кон}} = (0, 0)$. Для данного объекта в задаче о минимальном времени перехода в начало координат известны решения на основе принципа максимума¹¹⁷ или с применением метода динамического программирования¹¹⁸. Этот объект часто

¹¹⁵ Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М. : Наука, 1976. 496 с.

¹¹⁶ Колесников А. А. Синергетическая теория управления. М. : Энергоатомиздат, 1994. 344 с.

¹¹⁷ Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М. : Наука, 1969. 384 с.

¹¹⁸ Аналитическое конструирование регуляторов, оптимальных по точности и быстродействию / В. В. Сурков, Б. В. Сухинин, В. И. Ловчаков, А. Э. Соловьев. Тула: Тул. гос. ун-т, 2005. 300 с.

используют для иллюстрации оптимального управления и при других интегральных критериях^{119, 120, 121, 122}.

В задаче быстродействия для объекта (ПЗ-3) оптимальное управление состоит из не более двух интервалов знакопостоянства. На рис. ПЗ.1 приведены известные из литературы, например¹²³, структура замкнутой системы, фазовый портрет и траектории координат, выполненные здесь моделированием в программе Simulink пакета MatLab¹²⁴.

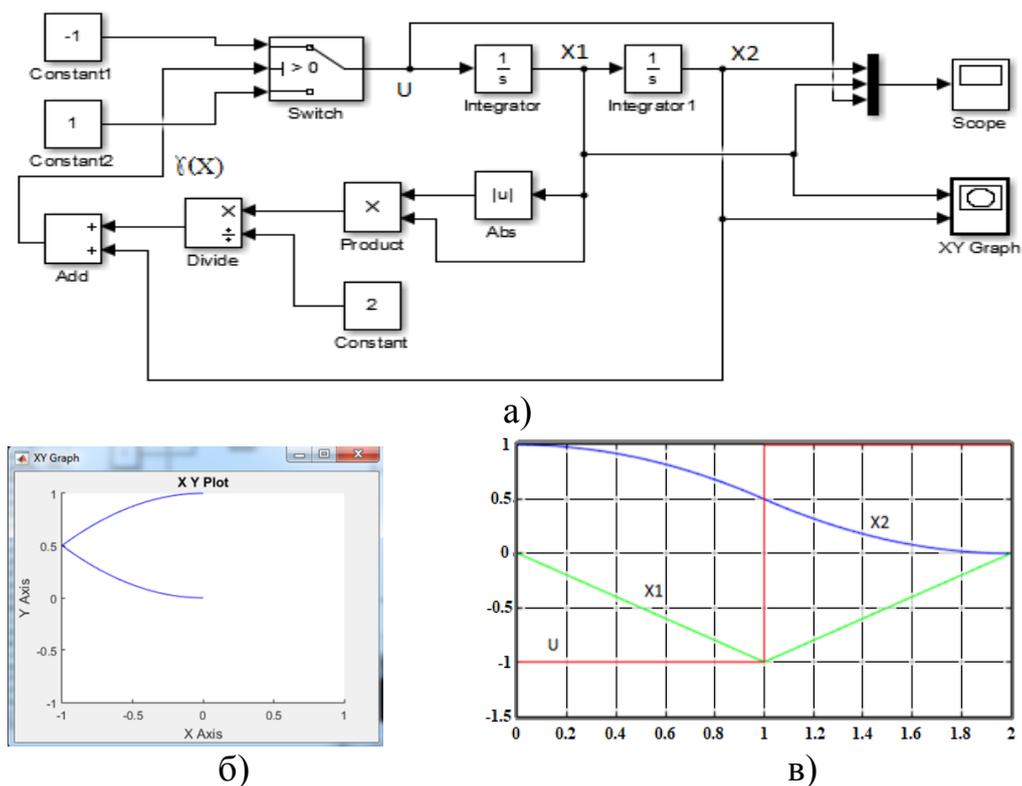


Рис. ПЗ.1. Оптимальное по быстродействию управление: а – структура, б – фазовый портрет, в – траектории координат

¹¹⁹ Wonham W. M., Johnson C. D. Optimal bang-bang control with quadratic performance index // Journal of Basic Engineering. 1964. Vol. 86. № 1. P. 107–115.

¹²⁰ Aly G. The computation of optimal singular control // International Journal of Control. 1978. Vol. 28. № 5. P. 681–688.

¹²¹ Bonnans F., Martinon P., Grelard V. Bocop – A collection of examples. URL: <https://hal.inria.fr/hal-00726992/document> (дата обращения: 15.07.2020).

¹²² Nie Y., Kerrigan E. C. Efficient implementation of rate constraints for nonlinear optimal control. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 1 p.

¹²³ Аналитическое конструирование регуляторов, оптимальных по точности и быстродействию / В. В. Сурков, Б. В. Сухинин, В. И. Ловчаков, А. Э. Соловьев. Тула: Тул. гос. ун-т, 2005. 300 с.

¹²⁴ Черных И. В. Система численно-математического моделирования MatLab. Система моделирования динамических систем Simulink. URL: <http://bourabai.ru/cm/simulink.htm> (дата обращения: 15.07.2020).

Рассмотрим задачу программного движения для объекта (ПЗ-3) при переходе из начального состояния с линии стационарных состояний $x_1 = 0$ в начало координат с минимизацией функционала

$$I = \int_0^t ((x_{1\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}} - x_1)^2 + (x_{2\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}} - x_2)^2) dt. \quad (\text{ПЗ-4})$$

Задача (ПЗ-3, ПЗ-4) описывает движение объекта по желаемым траекториям координат в виде экспоненциально убывающих функций с параметром τ , характеризующим скорость изменения координат, точнее, обратно пропорциональным скорости изменения координаты. Задача (ПЗ-3, ПЗ-4) встречается при управлении программным движением, например, в приводах радиолокационных станций или в робототехнике для привода руки, где x_1 — угловая скорость, x_2 — положение объекта.

Параметр τ аналогичен постоянной времени линейного апериодического (инерционного) звена первого порядка вида $\tau \dot{x} = U - x$, переходной процесс которого считается законченным за 3–4 τ , когда выходная координата достигает 0,95–0,98 установившегося значения.

В задаче (ПЗ-3, ПЗ-4) гамильтониан равен

$$H = - \left((x_{1\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}} - x_1)^2 + (x_{2\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}} - x_2)^2 \right) + \Psi_1 U + \Psi_2 x_1,$$

для максимума H управление $U = \text{sign } \Psi_1$. Вспомогательные переменные определяются из системы

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_1}{dt} &= -2 \left(x_{1\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}} - x_1 \right) + \Psi_2, \\ \frac{d\Psi_2}{dt} &= -2(x_{2\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}} - x_2), \end{aligned}$$

решить которую сложно. Однако в момент времени $t = 0$ $x_{1\text{нач}} = x_1(0) = 0, x_{2\text{нач}} = x_2(0)$,

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = \Psi_2, \frac{d\Psi_2}{dt} = 0, \Psi_2 = \Psi_{20}, \Psi_1 = \Psi_{20}t + \Psi_{10} = \Psi_{10};$$

что совпадает с решением задачи быстрогодействия для объекта (ПЗ-3). Из физических соображений при $x_{1\text{нач}} = 0$ в начало координат приводят траектории: при $x_{2\text{нач}} > 0$ $U = \{-1, +1\}$; при $x_{2\text{нач}} < 0$ $U = \{+1, -1\}$; т. е. $U(t = 0) = -\text{sign } x_{2\text{нач}}$. Таким образом, для выхода с $x_1 = 0$ необходимо включить управление

$$U_{\text{рел}}(0) = -\text{sign } x_2(0). \quad (\text{ПЗ-5})$$

Дальнейшее аналитическое решение системы уравнений для вспомогательных переменных практически невозможно, так как необходимые условия оптимальности управления, вводимые принципом максимума, не дают полной информации относительно связи оп-

тимального управления $U(t)$ с траекториями координат $x(t)$ и вспомогательными переменными $\Psi(t)$, хотя иногда это удается. Так, в работе¹²⁵ на основе анализа вспомогательных переменных для объекта (ПЗ-3) с более простым, но подобным (ПЗ-4) критерием $I = 0,5 \int_0^T (x_1^2 + x_2^2) dt$ получено особое управление в функции координат $U = x_1$. Это же управление быстрее и формализованнее можно найти с помощью УОП для нелинейных объектов, не прибегая к анализу вспомогательных переменных.

Применяя УОП для нелинейных объектов в расширенном пространстве R_4 для задачи (ПЗ-3, ПЗ-4)

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= 1, \\ \dot{x}_1 &= U, \\ \dot{x}_2 &= x_1, \end{aligned} \quad (\text{ПЗ-6})$$

$$\dot{x}_3 = (x_{1\text{нач}} e^{-\frac{x_0}{\tau}} - x_1)^2 + (x_{2\text{нач}} e^{-\frac{x_0}{\tau}} - x_2)^2;$$

по рекуррентному соотношению (ПЗ-2) вычисляем векторы B_1, B_2, B_3, B_4 , из которых образуется матрица D_4

$$D_4 = (B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2(x_{1\text{нач}} e^{-\frac{x_0}{\tau}} - x_1) & -\frac{2x_{1\text{нач}} e^{-\frac{x_0}{\tau}}}{\tau} - 2U - 2x_{2\text{нач}} e^{-\frac{x_0}{\tau}} + 2x_2 & \frac{2x_{1\text{нач}} e^{-\frac{x_0}{\tau}}}{\tau^2} + \frac{2x_{2\text{нач}} e^{-\frac{x_0}{\tau}}}{\tau} + 2x_1 - 2\dot{U} \end{pmatrix}.$$

В R_4 $\det D_4 \equiv 0$, что говорит о неединственности управления системой (ПЗ-6) при различных начальных условиях введенной координаты $x_0(0)$ ¹²⁶. Так как каждый элемент векторов B_j влияет на выполнение УОП, то последовательным приравниванием нулю элементов векторов B_2, B_3, B_4 получим:

а) из элемента $b_{41} = 0$ вектора B_2 уравнение особой траектории $x_1 = x_{1\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}}$, совпадающее с заданным по критерию (ПЗ-4). Для $x_1 = x_{1\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}}$ из дифференциального уравнения связи $\dot{x}_2 = x_1$ получим $x_2 = x_{2\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}}$, если $x_{2\text{нач}} = -\tau x_{1\text{нач}}$. Так как параметр τ положителен, то $x_{1\text{нач}}$ и $x_{2\text{нач}}$ должны иметь противоположные знаки, т. е.

¹²⁵ Wonham W. M., Johnson C. D. Optimal bang-bang control with quadratic performance index // Journal of Basic Engineering. 1964. Vol. 86. № 1. P. 107–115.

¹²⁶ Хорошавин В. С., Зотов А. В. Особое оптимальное управление нелинейными объектами. Киров : Науч. изд-во ВятГУ, 2019. 219 с.

находиться во 2-м или 4-м квадрантах, в противном случае ни под каким управлением траектории не пойдут в начало координат по критерию (ПЗ-4). Отсюда следует важный результат о связи параметра τ и начальных условий координат. Здесь связь $x_{2\text{нач}} = -\tau x_{1\text{нач}}$ получена из структурно-функциональных особенностей объекта (ПЗ-3), но можно показать, что этот же результат получается непосредственно из УОП, если взять критерий $I = \int_0^t (x_{2\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}} - x_2)^2 dt$;

б) из элемента $b_{41} = 0$ вектора B_3 получим особое управление в функции координат x_1 и x_2

$$U = \left(\frac{\tau^2 - 1}{\tau}\right) x_1 + x_2; \quad (\text{ПЗ-7})$$

в) из элемента $b_{41} = 0$ вектора B_4 получим продифференцированное управление

$$\dot{U} = \left(\frac{\tau^2 + 1}{\tau^2}\right) x_1 + \frac{1}{\tau} x_2. \quad (\text{ПЗ-8})$$

Хотя управления (ПЗ-7) и (ПЗ-8) с учетом связи

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \sum_1^2 \frac{\partial U}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt}$$

совпадают, полученная зависимость (ПЗ-8) – это новый алгоритм управления и новая структура замкнутой системы, требующие дополнительного исследования.

Характер состояния равновесия $(0, 0)$ объекта (ПЗ-3) под особым управлением (ПЗ-7) определим с помощью методов качественной теории дифференциальных уравнений¹²⁷

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \left(\frac{\tau^2 - 1}{\tau}\right) x_1 + x_2 = P(x_1, x_2), \\ \dot{x}_2 &= x_1 = Q(x_1, x_2), \end{aligned}$$

для чего вычислим параметры

$$\Delta = \begin{vmatrix} P'_{x_1} & P'_{x_2} \\ Q'_{x_1} & Q'_{x_2} \end{vmatrix} = -1, \quad \sigma = P'_{x_1} + Q'_{x_2} = \frac{\tau^2 - 1}{\tau}.$$

Из характеристического уравнения $\lambda^2 - \sigma\lambda + \Delta = 0$ определим действительные и разных знаков корни

$$\lambda_1 = \tau, \lambda_2 = -\frac{1}{\tau},$$

откуда заключаем, что состояние равновесия имеет характер седла, т. е. является неустойчивым. Коэффициенты направлений (сепаратрис) траекторий имеют наклон

¹²⁷ Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М. : Наука, 1976. 496 с.

$$\alpha_1 = \frac{\lambda_1 - P'_{x_1}}{P'_{x_2}} = \frac{1}{\tau}, \quad \alpha_2 = \frac{\lambda_2 - P'_{x_1}}{P'_{x_2}} = -\tau.$$

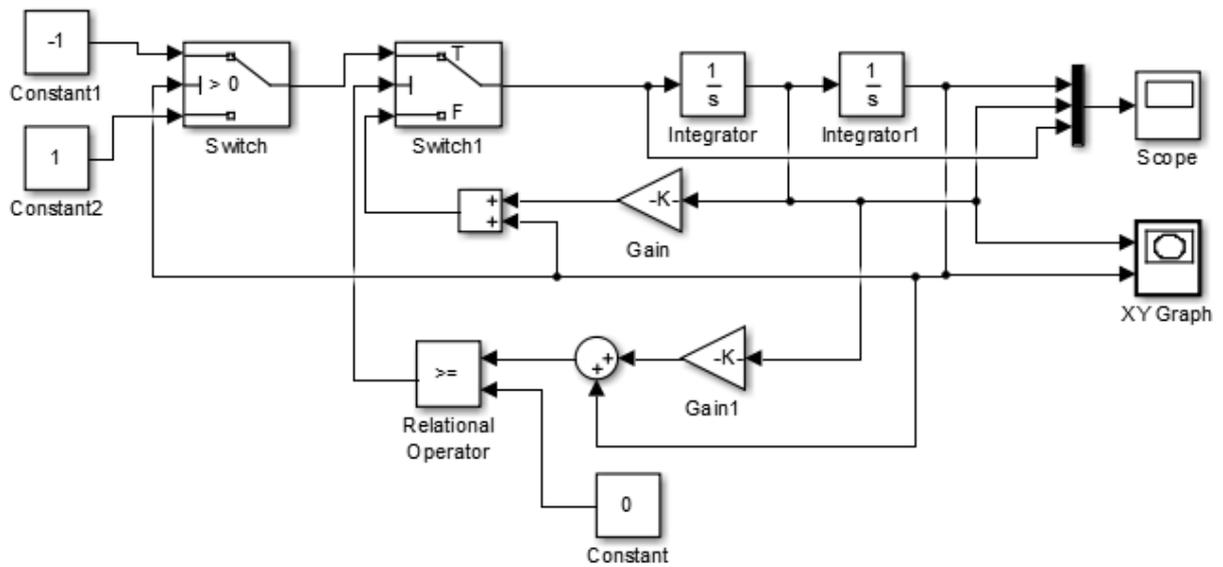
С учетом соотношения $x_2 = -\tau x_1$ из алгоритма управления (ПЗ-7) следует, что ограничение $|U| \leq 1$ выполняется в области $|x_2| \geq |x_1^2|$. Только в области $|x_2| \geq |x_1^2|$ возможна реализация непрерывного особого управления (ПЗ-7) или скользящего режима с управлением $U = \pm 1$. При невыполнении $|x_2| \geq |x_1^2|$ с ограничением на управление $|U| \leq 1$ движение вдоль траектории $x_2 = -\tau x_1$ становится невозможным, так как, например, во втором квадранте траектории с $U = +1$ не пересекают линию $x_2 = -\tau x_1$, а идут ниже ее. Условием движения по линии $x_2 = -\tau x_1$ под непрерывным особым управлением (ПЗ-7) или в скользящем режиме является неравенство

$$\left(\left| \frac{dx_2}{dx_1} \right| \text{ при } U = +1 \right) \leq |\tau|.$$

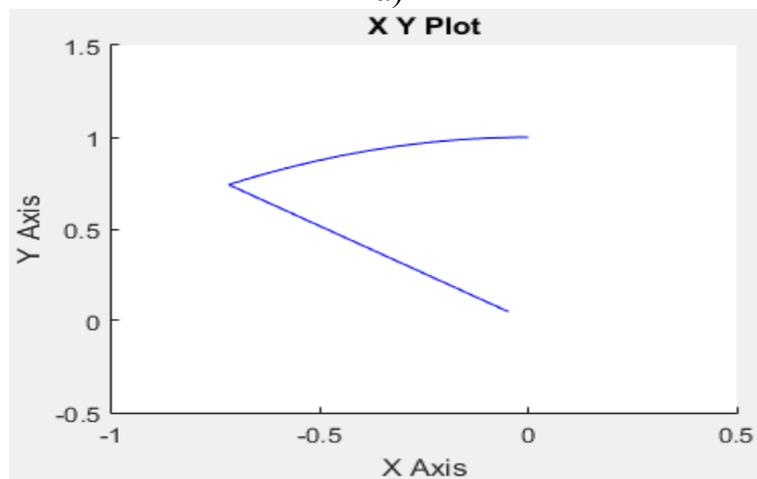
В противном случае надо увеличивать амплитуду управления, чтобы двигаться по линии $x_2 = -\tau x_1$ или пересекать ее. Отметим, что о качественной связи особых управлений и скользящих режимов говорилось в ¹²⁸, где показано, что УОП для нелинейных объектов позволяют выделить траектории, которые являются особыми и/или предельными для оптимального скользящего режима.

На рис. ПЗ.2 и ПЗ.3 соответственно приведены реализации программных движений с непрерывным особым управлением или в скользящем режиме (а – структуры, б – фазовые портреты, в – траектории координат). Очевидно, что по сложности реализации система со скользящим режимом предпочтительнее.

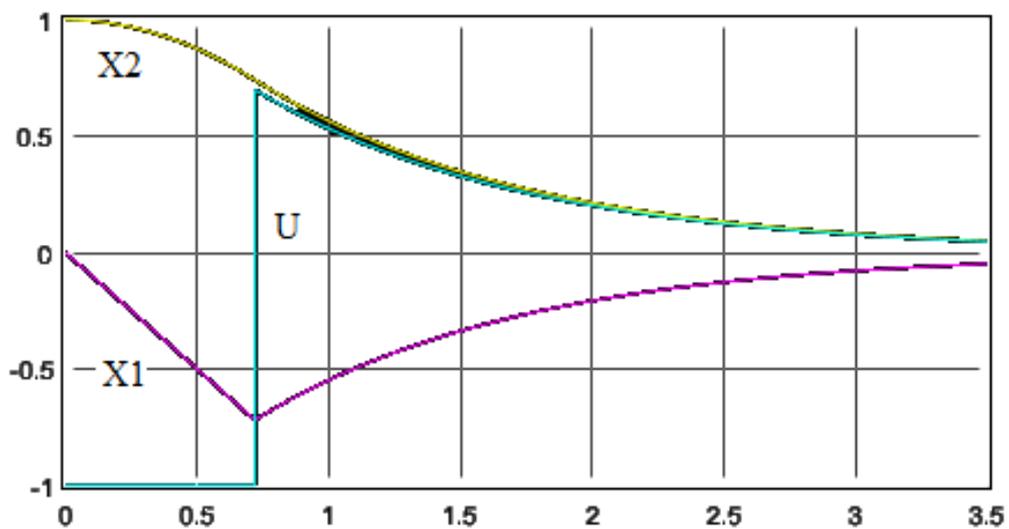
¹²⁸ Хорошавин В. С., Зотов А. В. Особое оптимальное управление нелинейными объектами. Киров : Науч. изд-во ВятГУ, 2019. 219 с.



a)

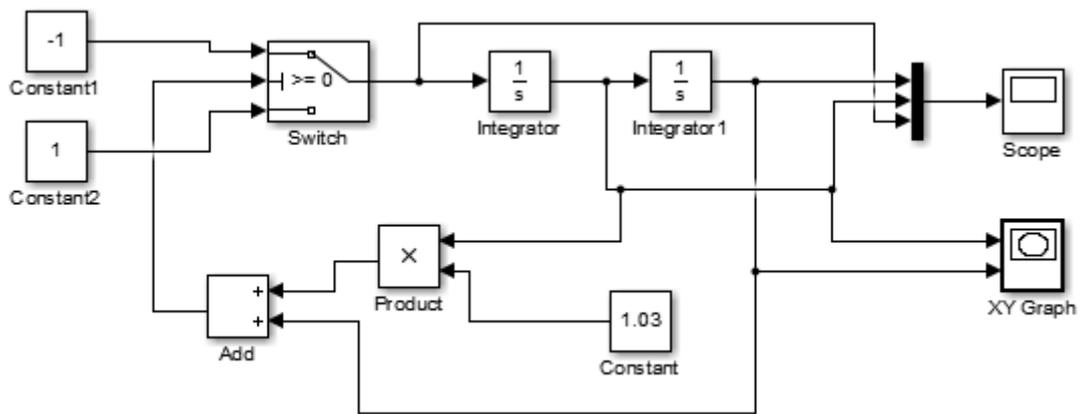


б)

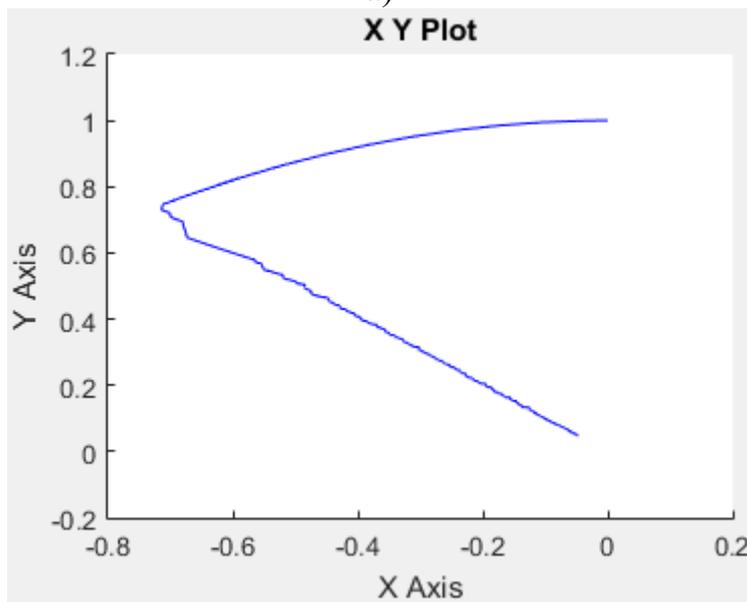


в)

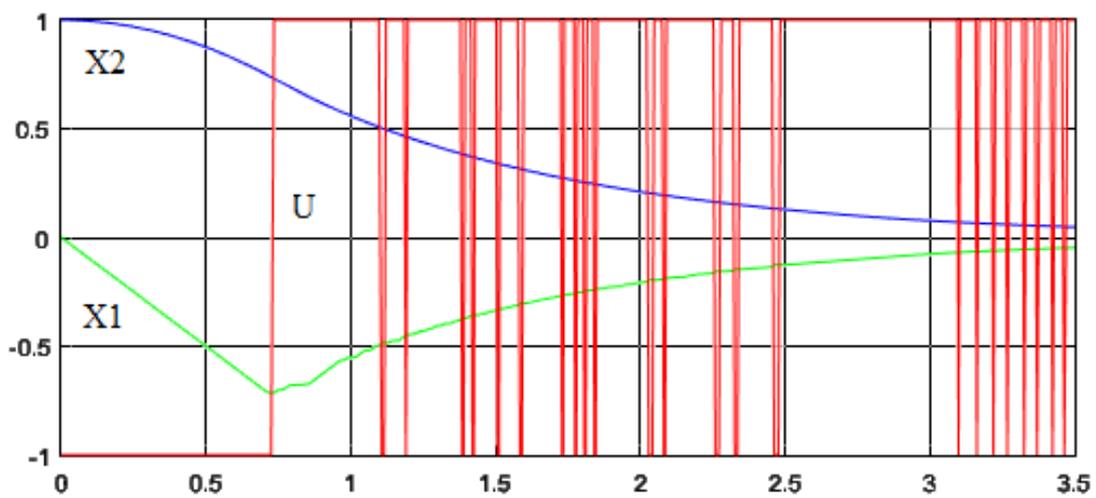
Рис. ПЗ.2. Программное движение с непрерывным особым управлением:
 а – структура, б – фазовый портрет, в – траектории координат



a)



б)



в)

Рис. ПЗ.3. Программное движение со скользящим режимом: а – структура, б – фазовый портрет, в – траектории координат

В рассмотренной задаче (ПЗ-3, ПЗ-4) функционал (ПЗ-4) является функционалом общего вида, учитывающим отклонения траекторий по обеим координатам. Если с помощью УОП решить задачи программного движения для объекта (ПЗ-3) с критериями частного по отношению к (ПЗ-4) вида $I_1 = \int_0^t (x_{1\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}} - x_1)^2 dt$ и $I_2 = \int_0^t (x_{2\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}} - x_2)^2 dt$, учитывающими отклонения в движении отдельно по каждой координате, то получим следующие результаты:

– для критерия I_1 особая траектория $x_1 = x_{1\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}}$, особое управление $U_{\text{ос}} = -\frac{x_1}{\tau}$, корни характеристического уравнения $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -\frac{1}{\tau}$, состояние равновесия – устойчивый вырожденный узел;

– для критерия I_2 особые траектории $x_2 = x_{2\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}}$, $x_1 = x_{1\text{нач}} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{x_{2\text{нач}}}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$, особое управление $U_{\text{ос}} = -\frac{x_2}{\tau^2}$, корни характеристического уравнения $\lambda_{1,2} = \pm \frac{1}{\tau}$, состояние равновесия неустойчиво (седло), сепаратрисы имеют наклоны $\pm \tau$.

Отметим, что алгоритм управления $U_{\text{ос}} = -\frac{x_1}{\tau}$ с критерием I_1 является более простым в реализации, причем система обладает большей степенью устойчивости. Полученные управления с критериями I_1 и I_2 , являющиеся частными случаями управления вида (ПЗ-7) с критерием общего вида (ПЗ-4), можно получить и аналитическим путем из дифференциальных связей объекта (ПЗ-3), но путь их нахождения с помощью УОП более формализован благодаря матричной форме их определения.

Таким образом, задача программного движения (ПЗ-3, ПЗ-4) решена как задача общего вида и рассмотрены ее частные случаи с новыми алгоритмами и структурами систем управления.

Выводы

В целом предлагаемый подход к оптимальному управлению по заданным траекториям с применением УОП и качественного исследования особых траекторий и управлений показал свою работоспособность и конструктивность. В связи с этим можно говорить об использовании УОП для синтеза оптимального управления, а не только анализа существования и вычисления особого управления. При таком подходе возникают проблемы выбора наилучшего алгоритма и структуры системы.

Не решенными пока остались вопросы управления при задании произвольных граничных условий и ограничений, обеспечения асимптотической устойчивости конечного состояния и энергопотребления. Что касается устойчивости конечного состояния, то для ее обеспечения могут быть использованы совмещенные критерии, введение производных по ошибке или управлению, особенно в случае нейтральных, как в рассмотренном примере, объектов, или других методов обеспечения устойчивости, например¹²⁹.

Результаты работы могут быть использованы во многих отраслях народного хозяйства при исследовании и решении общих и прикладных проблем управления, в том числе и нелинейными объектами, например, в мехатронике и робототехнике, в промышленных тепловых технологических процессах (печи, автоклавы и т. п.)^{130, 131, 132} или в задачах программного управления при отоплении, особенно нежилых помещений (прерывистое управление)^{133, 134}.

Следует отметить, что при реализации на практике рассмотренных методов оптимального программного перевода системы из одного состояния в другое с помощью микроконтроллеров или ПЛК алгоритмы управления получаются достаточно простыми и хорошо реализуемыми.

¹²⁹ Габасов Р., Кириллова Ф. М., Ружицкая Е. А. Решение классической задачи регулирования методами оптимального управления // Автоматика и телемеханика. 2001. Вып. 6. С. 18–29.

¹³⁰ Плешивцева Ю. Э., Дьяконов А. И., Попов А. В. Модельные двумерные задачи оптимального по типовым критериям качества управления температурными режимами индукционного нагрева // Теоретические и прикладные аспекты современной науки. 2015. № 9-2. С. 94–104.

¹³¹ Анализ управляемости и устойчивости приближенной модели теплопереноса в автоклаве / С. А. Мокрушин, В. С. Хорошавин, С. И. Охапкин, А. В. Зотов, В. С. Грудинин // Вестник Мордовского университета. 2018. Т. 28. № 3. С. 416–428.

¹³² Ловчаков В. И. Аппроксимационный подход к синтезу систем регулирования на основе оптимального программного управления // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2017. № 3. С. 225–236.

¹³³ Табунщиков Ю. А., Бродач М. М. Экспериментальное исследование оптимального управления расходом энергии // АВОК. 2006. № 1. С. 32–36.

¹³⁴ Панферов В. И., Анисимова Е. Ю., Нагорная А. Н. Об оптимальном управлении тепловым режимом зданий // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. 2007. № 20 (92). С. 3–9.

Научное издание

Хорошавин Валерий Степанович

СТРУКТУРНЫЙ СИНТЕЗ УПРАВЛЯЮЩИХ УСТРОЙСТВ ОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Редактор *Ю. Н. Болдырева*
Компьютерная верстка *Л. А. Кислицына*

Подписано в печать 28.12.2020 г.

Выход в свет 28.01.2021 г.

Формат 60×84/16.

Печать цифровая.

Бумага для офисной техники.

Усл. печ. л. 8,3.

Тираж 500 экз.

Заказ № 6502.

Вятский государственный университет
610000, г. Киров, ул. Московская, 36
www.vyatsu.ru, www.vestnik43.ru
Тел. (8332) 20-89-64 (Научное издательство ВятГУ)

Отпечатано в центре полиграфических услуг
Вятского государственного университета,
610000, г. Киров, ул. Московская, 36